ISSN 0130-2221
ЯНВАРЬ/ФЕВРАЛЬ
1996 · №1

КВАНТ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ

КВАНТ

НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1970 ГОДА

ЯНВАРЬ/ФЕВРАЛЬ · 1996 · №1

Бюро Квантум

В номере:

прежнему будет спадать с высотой экспоненциально, только теперь характерная высота ее будет в $g_0/g = 100$ раз больше, т.е. будет составлять 10^3 км, что все еще мало по сравнению с радиусом Новой Земли $R = 10R_0 \approx 6 \cdot 10^4$ км.

Отношение значений плотности внутри и снаружи равно

$$\frac{\rho^-}{\rho^+} = \frac{\rho(R-\delta)}{\rho(R)} = e^{\frac{A_1 m}{kT}},$$

где A_1 — найденная выше удельная работа по перемещению 1 кг массы изнутри наружу. Оценим показатель степени:

$$\frac{A_1 m}{kT} \sim 1{,}2 \cdot 10^{-2}.$$

Поскольку он оказывается малым, можно считать, что значения плотности внутри Новой Земли и на ее поверхности почти одинаковы.

Итак, запишем условие сохранения массы атмосферы:

$$M_a = \frac{4}{3}\pi\rho^-(R-\delta)^3 + 4\pi R^2\rho^+ \cdot 100 y_* \approx \frac{4}{3}\pi\rho^- R^3\left(1 + 3\frac{100 y_*}{R}\right) \approx \frac{4}{3}\pi\rho^- R^3$$

(так как второе слагаемое в скобках много меньше единицы, то можно считать, что почти вся атмосфера собралась внутри), откуда

$$\rho^+ \approx \rho^- \approx \frac{M_a}{\frac{4}{3}\pi R^3} \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}^3.$$

Пожалуй, трудно будет дышать в такой атмосфере как внутри, так и на поверхности новой планеты.

Кроме того, шаровой слой Новой Земли будет неустойчив: любое возмущение AB (рисунок *а*, слева) его формы будет расти со временем, поскольку нет восстанавливающей силы, так что придется постоянно заботиться о поддержания его целостности.

Но и это еще не все. А с какой угловой скоростью будет вращаться Новая Земля? Есть в механике такой закон — закон сохранения момента импульса[1]. Его легко записать для двух состояний, аналогично закону сохранения импульса $m_0 v_0 = mv$, заменив линейные скорости на угловые, а массы — на так называемые моменты инерции.

Вообще говоря, моменты инерции для однородного шара и сферического слоя известны: $\frac{2}{5}MR_0^2$ и $\frac{2}{3}MR^2$ соответственно. Но нам для оценок коэффициенты в этих выражениях не столь важны. Поэтому запишем (массу сразу сократим)

$$R_0^2\omega_0 \approx R^2\omega,$$

откуда новые сутки будут больше современных в

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\omega_0}{\omega} \approx \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = 100 \text{ раз}.$$

Таким образом, семидневная «неделя» на Новой Земле будет больше года. Сколько же придется ждать субботы и воскресенья! Это уж никуда не годится. Поэтому нужно с величайшей осторожностью подходить ко всяким глобальным перестройкам, используя, однако, анализ их возможных последствий для углубленного изучения законов физики.

[1] *О моменте импульса можно прочитать в статье В. Сурдина «Тайна «утренней звезды» в «Кванте» № 6 за 1995 г. (Прим. ред.)*

ИНФОРМАЦИЯ

Турнир юных физиков

С 4 по 11 июня 1995 года в спортивном комплексе близ небольшого городка Спала в Польше проходил VIII Международный турнир юных физиков. В турнире приняли участие команды Белоруссии, Венгрии, Германии, Грузии, Нидерландов, Польши, России, Словакии, Узбекистана, Украины, Финляндии, Чехии; причем Германия, Польша и Россия выставили по две команды. Россию представляли команда СУНЦ МГУ, занявшая первое место в Российском турнире юных физиков, и команда г. Новгорода, занявшая там второе место. Как и в прошлом году, участие российских команд в международном конкурсе оказалось возможным благодаря спонсорской поддержке Фонда Дж. Сороса. На турнире в Спала присутствовали также наблюдатели из Израиля, Латвии, Литвы, Словении и Швеции.

Победителем турнира стала сборная команда Германии. Второе место разделили команды Чехии и Венгрии. Третье место было присуждено шести командам — Грузии, Белоруссии, Словакии, Нидерландов, Польши (Легница) и Польши (Варшава). Российские команды, как никогда, показали плохие результаты, заняв 13 и 14 места и обогнав лишь команду Финляндии. В индивидуальном зачете лишь на 7-м месте оказался наш лучший участник — Степашко Александр, единственный одиннадцатиклассник среди десятиклассников обеих российских команд. Такой состав команд, отсутствие преемственности и языковая проблема наших участников (недостаточное владение английским языком) несомненно отрицательно сказались на результатах турнира.

Следующий IX Международный ТЮФ пройдет в Грузии. (На нем тоже будут представлены две лучшие команды, победившие в Российском турнире.) Международный оргкомитет утвердил задачи предстоящего турнира и рекомендовал использовать их для проведения национальных турниров.

К моменту выхода этого номера журнала уже прошел (в декабре 1995 г.) Московский ТЮФ, на котором были использованы первые 8 задач Международного турнира. Российский ТЮФ намечено провести с 10 по 15 марта 1996 г. в г. Новгороде Великом. Заявки на участие в Российском ТЮФ принимаются до 10 февраля 1996 г. Участники турнира будут оплачивать только прямые расходы, включая проживание, питание и, по желанию, культурную программу. Для получения дополнительной информации и присылки заявок сообщаем координаты Оргкомитета ТЮФ.

Адрес: 121357 Москва, Кременчугская ул., д.11, кафедра физики СУНЦ МГУ; *тел*: 445-5306; *факс*: 445-4634; *адрес электронной почты*: lob@school.phys.msu.su

Задачи Российского и Международного ТЮФ-96

1. Придумай сам. Самостоятельно сформулируйте и решите задачу, связанную с проблемой озоновых дыр.

2. Комок бумаги. Скомкайте произвольно в кулаке лист писчей бумаги (А4). Форму получившегося комка можно приближенно считать шарообразной. Сделав много подобных комков и измерив их средние диаметры, можно построить гистограмму распределения диаметров. Постарайтесь объяснить получившийся результат. Произведите более тонкие исследования зависимости среднего диаметра комка от существенных, по Вашему мнению, параметров.

3. Велогонка. Два очень сильных и «совершенно одинаковых» спортсмена по прогнозам специалистов должны были победить в шоссейной велогонке на 100 км с одинаковым временем. Но, увы, один из них пришел к финишу позже. Как потом выяснилось, к ободу заднего колеса его велосипеда злоумышленники прикрепили гайку массой 5 г. На сколько, по Вашему мнению, отстал пострадавший?

4. Самоформирование кучки. Горизонтальная жесткая пластина колеблется

(Продолжение см. на с. 44)

и сила притяжения между точечным зарядом q_1 и незаряженным проводящим шаром оказывается равной

$$F = k\frac{q_1 q_2}{l^2} - k\frac{q_1 q_2}{L^2},$$

где L — расстояние от заряда q_1 до центра шара, l и q_2 определяются формулами (2).

Осталось ответить на один вопрос — как найти распределение зарядов по поверхности проводника? Для этого надо рассчитать напряженность поля $\vec{E}$ возле той точки поверхности, которая нас интересует (напомним, что $\vec{E}$ перпендикулярна к поверхности), и воспользоваться формулой, связывающей напряженность с поверхностной плотностью заряда (см. Приложение):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (3)$$

Например, в случае проводящей плоскости поле равно векторной сумме полей заряда q и заряда-изображения $-q$. На расстоянии x от основания перпендикуляра, опущенного из заряда на плоскость (рис.7), напряженность равна

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{x^2 + d^2}\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qd}{(x^2 + d^2)^{3/2}},$$

откуда находим

$$\sigma(x) = \frac{2qd}{4\pi(x^2 + d^2)^{3/2}}.$$

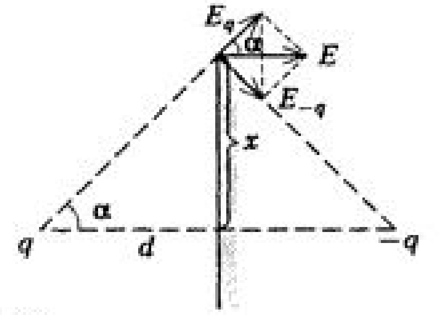

Рис. 7

Приложение

Выведем формулу (3) двумя способами для тех, кто уже знаком с теоремой Гаусса[1], и для тех, кто пока предпочитает обходиться без нее.

С теоремой Гаусса все очень просто: надо применить ее к маленькому плоскому цилиндру, одно основание которого находится в проводнике, а другое — вне него (рис. 8,*а*): $ES = \sigma S/\varepsilon_0$, откуда получаем (3).

Другое доказательство основано на выделении вклада близлежащего участка поверхности. Если этот участок достаточно мал, то его можно считать плоским и вблизи центра (на расстояниях, малых по сравнению с размерами участка) совпадающим с полем $\vec{E}_{пл}$ бесконечной равномерно заряженной плоскости (рис.

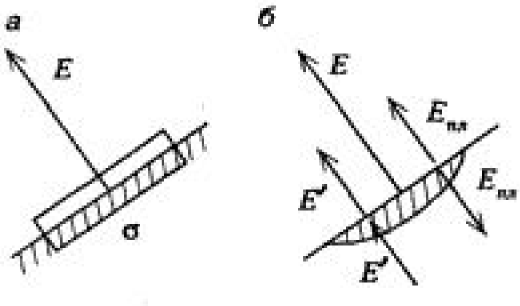

Рис. 8

8,*б*). Поле $\vec{E}'$ всех остальных зарядов не испытывает скачка на поверхности, оно уничтожает поле $\vec{E}_{пл}$ внутри проводника и складывается с $\vec{E}_{пл}$ вне него: $E_{пл} + E' = E$, $E_{пл} - E' = 0$, получаем, что *для любого* проводника поле возле его поверхности выражается через поле равномерно заряженной плоскости: $E = 2E_{пл}$. И тут самое время вспомнить, что в одном из случаев поле проводника нам хорошо известно — это поле уединенного заряженного шара. Возле поверхности шара

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Отсюда мы немедленно делаем вывод, что такой же ответ годится для произвольного проводника, а заодно получаем в качестве «навара» поле бесконечной равномерно заряженной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

[1] *См., например, статью «Силовые линии и теорема Гаусса», которую можно найти в журнале «Квант» №3 за 1990 г. или в Приложении к журналу «Квант» № 5/95.*

ИНФОРМАЦИЯ

Турнир юных физиков

(Начало см. на с. 5)

вверх-вниз с частотой порядка 100 Гц. Конусообразная кучка мелкодисперсного порошка (например, ликоподия или талька), насыпанная на пластину, остается устойчивой при малых амплитудах вибраций. Если амплитуда увеличивается, конус разрушается. Дальнейшее увеличение амплитуды приводит к распределению, очерченному резкой границей, а при еще более высоких амплитудах снова возникает кучка. Исследуйте и объясните явление.

5. Автоколебания. Изготовьте и исследуйте автоколебательную систему, содержащую термистор в качестве единственного нелинейного элемента.

6. Водяной генератор. Если некоторый объем воды замораживать с одной стороны, то на границе «лед — вода» возникает разность потенциалов. Измерьте ее и объясните явление.

7. Солнце. В центре Солнца внезапно выделилось «сверхплановое» количество энергии, равное энергии, излучаемой Солнцем за один год. Как будут изменяться в течение одного года наблюдаемые с Земли параметры Солнца?

8. «Поверхностная» информация. Разработайте способ передачи информации, в котором она переносилась бы волнами на поверхности воды. Исследуйте направленность изготовленных Вами передающих и приемных устройств (антенн).

9. Полотер. Устройство опирается на горизонтальную поверхность плоскостями двух одинаковых дисков, которые могут вращаться в противоположных направлениях с заданной скоростью. Исследуйте, как зависит величина силы, приложенной к устройству для его равномерного перемещения вдоль горизонтальной поверхности, от скорости этого перемещения и скорости вращения дисков.

10. Мыльные пузыри. Колечко детской игрушки для выдувания мыльных пузырей обмакивают в мыльный раствор и дуют на образовавшуюся в кольце мыльную пленку. При какой скорости воздушного потока начнут выдуваться пузыри? Как нужно регулировать скорость потока, чтобы выдуть пузырь максимального размера?

11. Свеча. Многие свечи перед тем как погаснуть мерцают. Исследуйте и объясните это явление.

12. Автомобиль. Автомобиль въезжает на мокрый участок прямолинейного шоссе. Как будет изменяться его скорость, если толщина слоя воды медленно нарастает с расстоянием по линейному закону? Считать, что двигатель автомобиля работает с постоянной мощностью.

13. «Серый свет». Изготовьте источник света, воспринимаемого глазом как серый.

14. Когерер. Известно, что стеклянная трубка с двумя электродами и металлическими опилками между ними (когерер) обладает различным сопротивлением в цепях постоянного и переменного тока. Исследуйте зависимость электрического сопротивления когерера от частоты тока.

15. Соляной осциллятор. Стаканчик с небольшим отверстием в дне, содержащий соленую воду, укреплен частично погруженным в широкий сосуд с пресной водой. Объясните механизм наблюдаемого периодического процесса и исследуйте зависимость его периода от различных параметров. Для наглядности соленую воду следует подкрасить.

16. Град. Объясните механизм возникновения града и предложите собственный метод предотвращения его выпадения.

17. Перчатки. Некоторые люди отказываются носить перчатки зимой, потому что считают, что в перчатках холоднее, чем без них. Другие предпочитают носить варежки вместо перчаток. А как думаете Вы?

Публикацию подготовили
В.Лобышев, Е.Юносов

Московский педагогический государственный университет

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 50 км/ч и 40 км/ч. 2. 7:17. *Указание.* Одна из фигур — усеченная пирамида (рис.12).
3. 6 и -2. 4. $-\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$. *Указание.* Рассмотрите два случая: $\cos x>0$ и $\cos x<0$. (Случай $\cos x=0$ невозможен.) 5. 5.

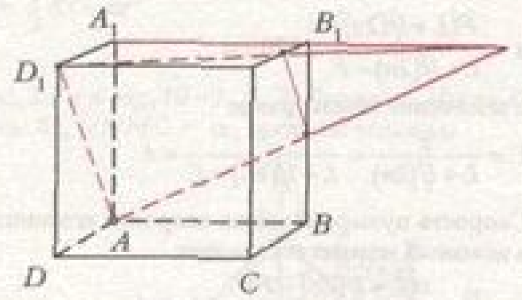

Рис. 12

Вариант 2

1. 4 м/с и 3 м/с. *Указание.* Второе условие означает, что первая точка за 1 минуту проходит путь на 60 м больший, чем вторая: $v_1\cdot 60=v_2\cdot 60+60$.
2. $5/24$. *Указание.* Другая часть — пирамида с прямоугольной трапецией в основании и высотой, равной $\sqrt{2}/2$ (рис.13).

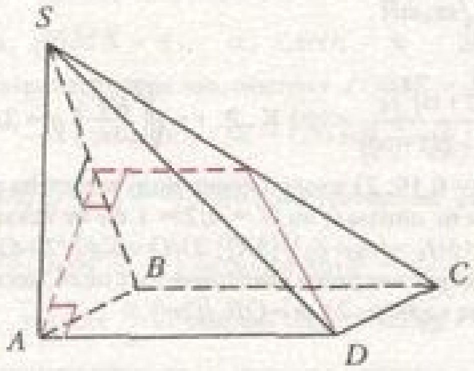

Рис. 13

3. 18,75 и 5. 4. $\frac{\pi}{2}+\pi k;\ -\frac{\pi}{4}+\pi n,\ k,n\in Z$. *Указание.* После возведения в квадрат уравнения $\sqrt{1+\sin 2x}=-\cos 2x$ следует учесть, что $\cos 2x\le 0$. 5. 5.

Вариант 3

1. $v=\frac{1}{3}l^3\cos^2\alpha\sin\alpha$; $S=l^2\cos\alpha(1+\cos\alpha+\sin\alpha)$.
2. $2x(2x+1)$. *Замечание.* Выражение имеет смысл при $x>1/2$.
3. (3;4). 4. $2/5$. 5. $\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\pi n,\ n\in Z$. *Указание.* Приведите уравнение к виду $(\cos x-2\sin x)^2=0$.

Задачи устного экзамена

1. $\sqrt{0{,}6}$. 2. $4(3-a)/(3+a)$. *Указание.* Перейдите к логарифмам по основанию 2.

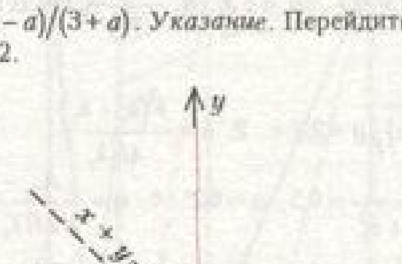

Рис. 14

3. $[-4;5)$. *Указание.* Рассмотрите случаи $x-2<0$ и $x-2\ge 0$.
4. $\left(-2;-\sqrt{3{,}5}\right)\cup\left(\sqrt{3{,}5};2\right)$. *Указание.* Приведите неравенство к виду $\log_{x^2-3}1/2>1$ и рассмотрите случаи $0<x^2-3<1$ и $x^2-3>1$.
5. $(-2;-0{,}5)\cup(0{,}5;2)$. 6. $2\left(7+\sqrt{15}\right)/3$. 7. -4; $2/5$.
8. $(x+1)^2+(y-3)^2=10$. *Указание.* Центр окружности находится в середине гипотенузы.
9. См. рис. 14. *Указание.* Рассмотрите случаи $x+y\ge 0$; $x+y<0$.
10. $[-8;-2)\cup(-2;-1{,}5)\cup(0;0{,}5)\cup(0{,}5;+\infty)$.
11. $(-1;2/3)$ и $(3;-2)$. *Указание.* Две прямые параллельны, если их угловые коэффициенты равны.
12. $m\in(-5;3)$. *Указание.* Если коэффициент $m+5$ при x^2 положителен, то должно быть $y(0)=m-3<0$, а если $m+5<0$, то $m-3>0$ и этого достаточно.

а б в

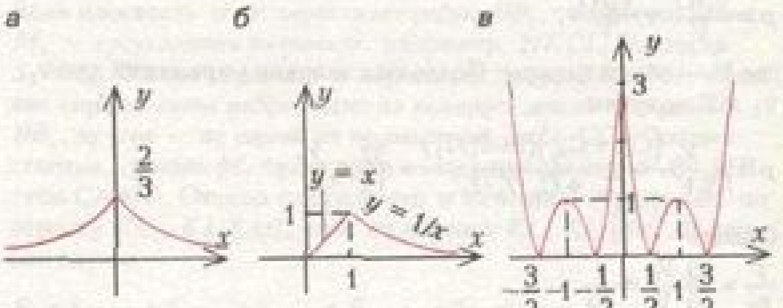

Рис. 15

13 — 15. См. рис.15, *а, б, в.*

КВАНТ

НОМЕР ПОДГОТОВИЛИ

А.А.Егоров, Л.В.Кардасевич, С.П.Коновалов, А.Ю.Котова, В.А.Тихомирова, А.И.Черноуцан

НОМЕР ОФОРМИЛИ

В.П.Бухарев, Д.А.Крымов, С.А.Стулов, Л.А.Тишков

ХУДОЖЕСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Е.В.Морозова

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРУППА

М.Н.Грицук, Е.А.Митченко, Е.В.Титова

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

Л.А.Панюшкина

ЗАВЕДУЮЩАЯ РЕДАКЦИЕЙ

Е.В.Самойлова

Адрес редакции:

117296 Москва, Ленинский проспект, 64а, «Квант», тел. 930-56-48

Отпечатано на Ордена Трудового Красного Знамени Чеховском полиграфическом комбинате Комитета Российской Федерации по печати 142300 г.Чехов Московской области

Заказ № 1701

Индекс 70465

Уважаемые читатели журнала

КВАНТ

Еще раз обращаем Ваше внимание на то, что

Адрес редакции журнала изменился!

Наш новый адрес:

117296 Москва, Ленинский проспект, 64а
тел. 930-56-48, 930-56-41

Однако подписку на наш журнал Вы по-прежнему можете оформить в любом отделении связи России и стран СНГ.

Наш индекс 70465 в каталоге Роспечать

Подписная цена на первое полугодие 1996 года осталась без изменений по сравнению с предыдущим годом, т.е. 54000 руб за 3 номера журнала и 3 приложения к ним. Напоминаем Вам также, что в помещении редакции можно приобрести вышедшие номера журнала «Квант» и приложения.

Звоните и приходите!

Мы Вас ждем!

Бюро Квантум