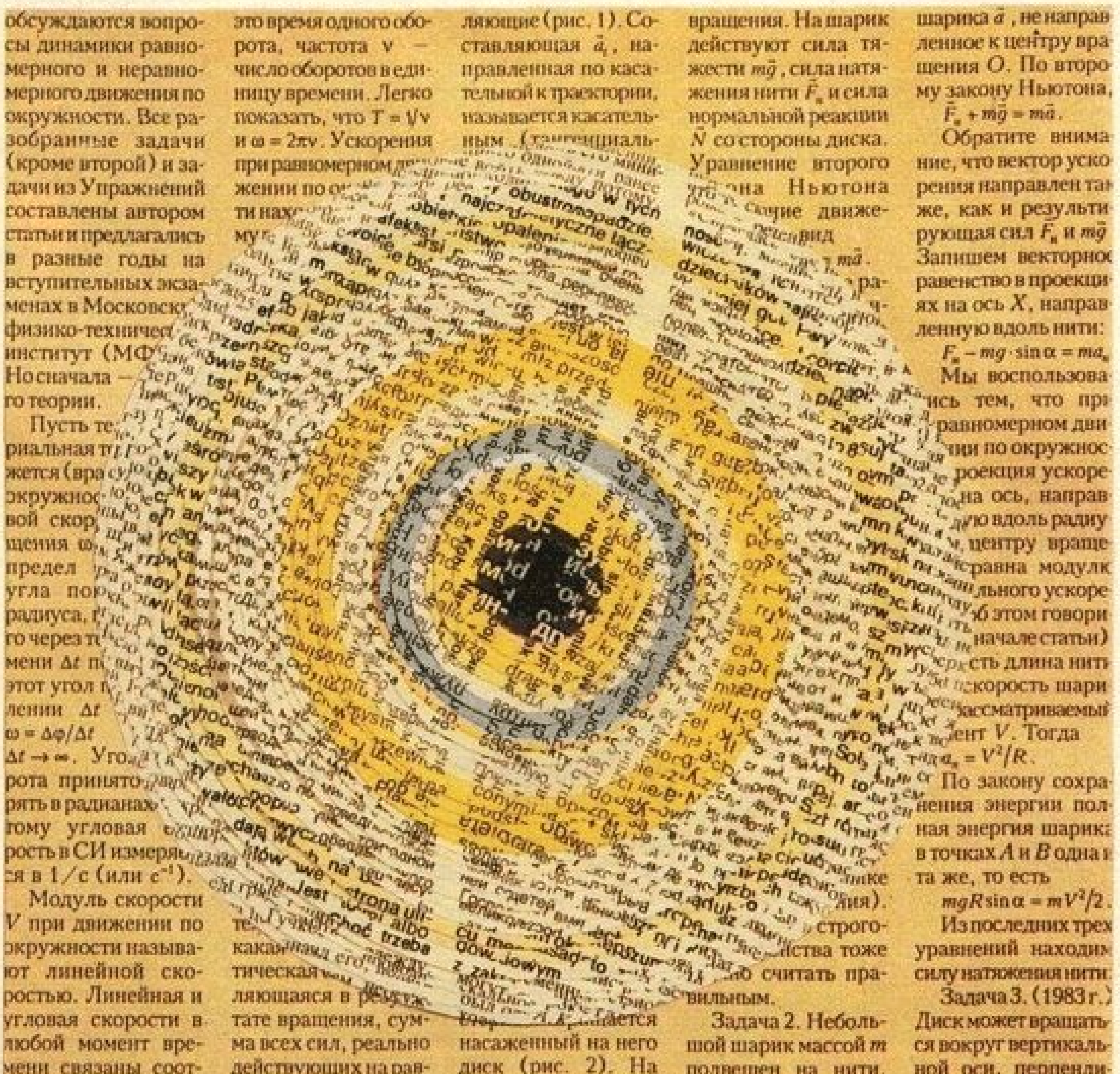
ISSN 0130-2221

НОЯБРЬ/ДЕКАБРЬ 1994 · №6

КВАНТ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ



КВАНТ

НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1970 ГОДА

НОЯБРЬ/ДЕКАБРЬ · 1994 · №6

Учредители — Президиум РАН, НПП «Бюро Квантум»
Издатель — НПП «Бюро Квантум»

Бюро Квантум

В номере:

Дополнительные задачи по математике для поступающих на экономическое отделение

1. Найдите наименьшее значение параметра a, при котором графики функций $y = x^2$ и $y = 2x + a$ имеют общую точку (общие точки).

2. Мебельная фабрика выпускает шкафы и тумбочки. При их изготовлении используется два типа древесных материалов (досок). В таблице приведены данные о затратах каждого материала (в м) на изготовление единицы каждого вида продукции, а также величина прибыли от реализации единицы каждого вида продукции и общие объемы ресурсов каждого вида. Определите, сколько шкафов и тумбочек должна выпустить мебельная фабрика, чтобы общая прибыль была максимальной (решите задачу геометрически).

	Затраты на единицу продукции		Объем ресурсов (м)
	шкаф	тумбочка	
Доска первого типа (м)	21	5	1340
Доска второго типа (м)	10	7	1100
Прибыль (руб.)	2400	1000	

ТУРНИР ЮНЫХ ФИЗИКОВ

В июне этого года VII Международный турнир юных физиков состоялся в Гренингенском университете в Нидерландах. В нем приняли участие команды Белоруссии, Венгрии, Грузии, Нидерландов, Польши, России, Словакии, Узбекистана, Украины, Чехии, Швеции. Россия была представлена двумя командами — победителями Российского турнира: командой СУНЦ МГУ и г.Фрязино Московской области. В финал вышли три команды. Первое место разделили команды Чехии и СУНЦ МГУ. Второе место присуждено команде Грузии.

Организаторы предложили интересную культурную программу. Участники турнира посетили некоторые лаборатории физического факультета, совершили экскурсии по каналам и в Амстердам, увидели уникальную дамбу, отделяющую внутренние водоемы Нидерландов от моря, посетили заповедный остров в Северном море. Следующий Международный ТЮФ решено провести в Польше. Опыт прошедшего турнира наиболее остро показал недостаточность знания нашими школьниками английского языка, необходимого для активного общения и ведения дискуссий. Это, несомненно, следует учесть при подготовке команд.

В этом году возрождается Московский ТЮФ, который будет проходить с 15 декабря на физическом факультете МГУ. В нем примут участие команды Москвы и Московской области, успешно выступившие в заочном конкурсе. Всероссийский открытый турнир состоится в марте — апреле 1995 г. Заявки принимаются до 1 февраля. Участники Всероссийского турнира будут оплачивать только прямые расходы, включая проживание, питание и, по желанию, культурную программу. Международный турнир будет проведен в мае — июне 1995 г.

Для получения более полной информации и присылки заявок и работ заочного конкурса сообщаем адрес Оргкомитета ТЮФ:

121357 Москва, Кременчугская ул., д. 11, кафедра физики СУНЦ МГУ; т. 445-53-06, факс 445-46-34.

Адрес электронной почты:
lob@bio.phys.msu.su.

Ниже приводятся задачи Московского турнира, которые составят основу Российского и Международного турниров.

Задачи XVII Московского турнира юных физиков

1. «Парадокс»

Придумайте парадоксальную физическую демонстрацию для розыгрыша соперника.

2. «Гравилет»

Космический аппарат в форме гантели с изменяющейся длиной может без помощи реактивных двигателей перейти с околоземной орбиты (300 км над поверхностью Земли) на лунную. Рассчитайте минимальное время, которое понадобится аппарату для такого маневра.

3. «Занавес»

В театрах иногда применяют световой занавес. Какая конструкция обеспечит функционирование занавеса при минимальной мощности ламп, приходящейся на один метр ширины сцены?

4. «Бумажный мост»

Объявляется конкурс на лучшую конструкцию моста из стандартного листа бумаги формата А4. Качество моста оценивается по величине Р×Д, где Р — максимальная нагрузка, которую мост выдержит на середине пролета, Д — длина пролета. Клей использовать запрещается. $Д_{макс} = 20$ см.

5. «Пузырьки»

Пластиковую бутылку наполнили водой из-под крана и положили в морозильную камеру. При замерзании воды в объеме льда образуются пузырьки воздуха. Чем определяется расположение соседних пузырьков? Почему они выстраиваются в цепочки?

6. «Мороженое»

Получите экспериментально переохлажденную воду. На сколько градусов ниже 0 °С Вам удалось ее охладить? Каким, по Вашему мнению, будет рекорд в этом эксперименте? Измерьте температуру замерзания воды.

7. «Капля»

Капля соленой воды, высыхая на гладкой поверхности, образует систему колец. Исследуйте и объясните это явление.

8. «Богатырь»

Русский богатырь Илья Муромец однажды бросил булаву весом в сорок пудов (1 пуд = 16 кг) и упала булава через сорок дней на то же место. Оцените параметры богатырского броска.

9. «Юпитер»

Космические пираты украли Юпитер. Какими могут быть последствия?

10. «Венера»

Предложите проект превращения Венеры в пригодную для жизни планету.

11. «Шина»

Один школьник рассказывал, что, катаясь на велосипеде, потерял ниппель, однако развил такую скорость, что шина не сминалась до обода, т.е. вела себя так же, как и накачанная воздухом. Какова была скорость велосипедиста?

12. «Кинескоп»

Известный физик А. Ферст решил посмотреть по телевизору футбольный матч, а другой известный физик Б.Секонд проделал в кинескопе дырочку диаметром 1 мкм. Успел ли А.Ферст досмотреть футбольный матч?

13. «Батут»

Спортсмен, прыгая на батуте, хочет совершить как можно больше оборотов. Какие советы вы ему дадите и сколько оборотов сделает рекордсмен?

14. «Двигатель»

Вы приобрели 3-фазный двигатель на 380 В мощностью 0,5 кВт, а дома электросеть однофазная, 220 В. Изготовьте устройство, которое обеспечит Вам работу двигателя с максимально возможной мощностью и КПД.

15. «Данди-крокодил»

Герой известного фильма подавал звуковые сигналы, вращая над головой дощечку, привязанную одним концом к веревке. Объясните как возникает звук и почему существуют устойчивые состояния движения дощечки.

16. «Звук»

Переведите электрическую энергию, запасенную в конденсаторе емкостью 10 мкФ, который заряжен до напряжения 30 В, в звуковую. Разработайте устройство, не содержащее внутри себя источников энергии, которое бы обеспечило на расстоянии 1м: а) Максимально громкий звук для человеческого уха; б) Максимальную продолжительность непрерывного отчетливо слышимого звучания.

17. «Бутылка»

Пластиковую бутылку объемом 2 л доверху наполнили водой и «нечаянно» уронили на пол с высоты $H = 1$ м. На какую максимальную высоту взлетит струя брызг и почему? С какой высоты должна упасть бутылка, чтобы разорваться?

Задачи подготовили В.Афанасьев, Т.Бибилашвили, С.Варламов, В.Лобышев, З.Савилова, Е.Юносов

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

«КВАНТ» ДЛЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Задачи

1. Обозначим расстояние от берега до острова через x. Так как 8 метров составляют пятую часть от 40 метров, то Толя, возвращаясь, проплыл $x/5$ метров из $x - 40$ метров, отделявших Сережу от острова, а Сережа проплыл 8 метров до встречи. Поэтому $x/5+8=x-40$, откуда $x = 60$ метрам. 2. Заметим, что $1{**}^2 > 12{*}{*}{*}{*}{*}$, поэтому К=1, а Р=0. Кроме того, квадрат числа оканчивается на те же две разные цифры, что и само число, лишь в двух случаях: когда он оканчивается на 25 или на 76. Проверяем оба случая: КРУГ=1025 и КРУГ=1076. В первом случае имеем $1025^2 = 1050625$; во втором же $1076^2 = 1157776$, что не соответствует условию. Итак, КРУГ=1025. 3. Обозначим отрезок DE (рис. 1) через x. Из подобия треугольников AED и ABC находим, что $x:a=b:(a+b)$. Отсюда $x = \frac{ab}{a+b}$. Площадь четырехугольника $BCDE$ равна разности площадей треугольников ABC и AED, т.е. равна

$$\frac{1}{2}b(a+b) - \frac{1}{2}a\frac{ab}{a+b} = \frac{b^2(2a+b)}{2(a+b)}.$$

Отношение этой площади к b^2 — площади большего квадрата — равно $\frac{2a+b}{2(a+b)}$.

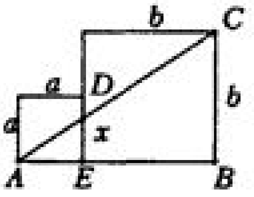


Рис.1

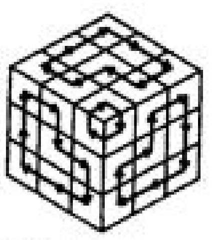


Рис.2

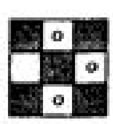


Рис.3

4. Старший брат вскопал 0,4 огорода, а средний и младший — по 0,1. 5. Указанная ситуация может возникнуть, если муравьи будут ползти так, как показано на рисунке 2.

(см. «Квант» № 5)

1. Пусть струя, под которой стоит большой кувшин, дает воды в k раз больше, чем другая. Так как до перестановки в меньший кувшин налилось 2 литра, то в больший налилось $2k$ литров. После перестановки в больший кувшин налилось $5-2k$ литров, а в меньший 2 литра, что в k раз больше, чем за это время налилось в больший кувшин, т.е. $k(5-k)=2$, или $2k^2 - 5k + 2 = 0$. Отсюда k равно либо 2, либо $1/2$. Таким образом, в обоих случаях одна из струй дает вдвое больше воды, чем другая.

2. Указанное число равно $10^{1995} + 1 = \left(10^{665}\right)^3 + 1 = \left(10^{665}+1\right)\left(10^{1330} - 10^{665} + 1\right)$. Следовательно, оно составное. 3. $98^2 = 9604$, $27^3 = 19683$.

4. Раскрасим клетки квадрата в черный и белый цвета в шахматном порядке так, чтобы центральная клетка была черной. Заметим, что буквы, стоящие на четных местах, попадут на белые клетки, а остальные — на черные. Все три буквы О стоят на четных местах, поэтому они располагаются единственным (с точностью до поворота) способом и при этом они не попадают хотя бы в один столбец или строку (рис.3). Ответ к задаче: требуемую запись слова в клетки сделать невозможно. 5. Условия задачи можно записать в виде системы уравнений, если обозначить через x мой возраст, а через y — ваш:

$$x = 2\left(y - (x - y)\right),$$
$$x + \left(x + (x - y)\right) = 63.$$

Упрощая, получаем $3x=4y$, $3x-y=63$, откуда $y=21$, $x=28$.

Геометрическая страничка

3. Доказательство следует из результата задачи 2. 4. $\frac{7}{8}$. *Указание.* Искомое отношение равно $\frac{S_{ABK}}{S_{AMK}}$. 5. $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{18}$. Пусть площадь ABC равна S. Тогда

$$S_{PBK} = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5}S = \frac{4}{15}S,\ S_{APK} = \frac{1}{2}S_{PBK} = \frac{2}{15}S,\ S_{MKC} = \frac{9}{35}S,$$

$$S_{AKM} = \frac{12}{35}S,\ S_{APM} = \frac{4}{21}S,\ S_{PKM} = \left(1 - \frac{4}{15} - \frac{9}{35} - \frac{4}{21}\right)S = \frac{2}{7}S.$$

Таким образом, $\frac{AD}{DK} = \frac{S_{APM}}{S_{PKM}} = \frac{2}{3}$, $\frac{PD}{DM} = \frac{S_{APK}}{S_{AKM}} = \frac{7}{18}$.

6. $\frac{1}{5}$. 8. $\frac{ab\sin(\alpha+\beta)}{a\sin\beta + b\sin\alpha}$; CD можно найти из равенства $S_{ABC} = S_{ADC} + S_{BDC}$.

9 б). $\frac{pq}{r}$. Имеем $S_{ABE} = p - r$, $S_{CDE} = q - r$. Далее найдем (см. пункт а)) $S_{BEC} = \frac{(p-r)(q-r)}{r}$. Таким образом,

$$S_{ABCD} = \frac{(p-r)(q-r)}{r} + p + q - r = \frac{pq}{r}.$$

10. Пусть A и B — две точки на границе многоугольника, делящие пополам его периметр, O — центр окружности. Ломаная AOB делит пополам площадь многоугольника (для любых таких A и B). Следовательно, если прямая AB делит пополам и периметр и площадь, то AB содержит O.

КВАНТ

НОМЕР ПОДГОТОВИЛИ

А.А.Егоров, А.Т.Калинин, Л.В.Кардасевич, С.П.Коновалов, А.Ю.Котова, А.П.Савин, В.А.Тихомирова, А.И.Черноуцан

НОМЕР ОФОРМИЛ

Н.Ф.Алексеев, Б.Ф.Бельский, Н.Б.Ёжкин, В.М.Митурич-Хлебникова, А.О.Хоменко

ГЛАВНЫЙ ХУДОЖНИК

С.А.Стулов

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРУППА

С.В.Вакуленко, Е.А.Митченко, Е.В.Титова

И.О. ЗАВЕДУЮЩЕЙ РЕДАКЦИЕЙ

Л.З.Симакова

Адрес редакции:

103006 Москва, К-6, ул. 1-я Тверская-Ямская, 2/1, «Квант», тел. 250-33-54, 251-55-57

Отпечатано на Ордена Трудового Красного Знамени Чеховском полиграфическом комбинате Комитета Российской Федерации по печати 142300 г. Чехов Московской области

Заказ № 3479

Индекс 70465

Уважаемые читатели журнала

КВАНТ

Вы держите в руках последний номер нашего журнала за 1994 год.
Итак, несмотря на многочисленные трудности и проблемы,
о которых не будем повторяться, это свидетельствует о том,
что наш журнал снова зажил полноценной самостоятельной жизнью.
Нам это особенно приятно, поскольку мы сдержали данное
читателям обещание ликвидировать все временные задолжности
по выпуску нашей продукции и выйти на регулярный график
выпуска журнала КВАНТ *уже в 1994 году.*
Пусть это послужит залогом нашего дальнейшего успешного
сотрудничества и взаимного доверия.
Оглядываясь назад и строя всевозможные планы на будущее,
представляется особенно уместным вспомнить добрым словом
те организации, которым была небезразлична
судьба нашего журнала в самый трудный для него период.
Мы глубоко признательны
Комитету Российской Федерации по печати,
Российскому фонду фундаментальных исследований
(председатель — академик В.Е. Фортов),
П/О «Надымгазпром»
(генеральный директор — Л.С. Чугунов)
за оказанную нам материальную поддержку.
Мы особенно ценим плодотворное и доброжелательное
сотрудничество с руководством и разными службами
Чеховского полиграфического комбината.
Напоминаем Вам, что срок подписки на наш журнал
в помещении редакции продлен до 15 декабря 1994 года.
Не упустите эту возможность.
Приходите, звоните. Мы Вас ждем!

Бюро Квантум