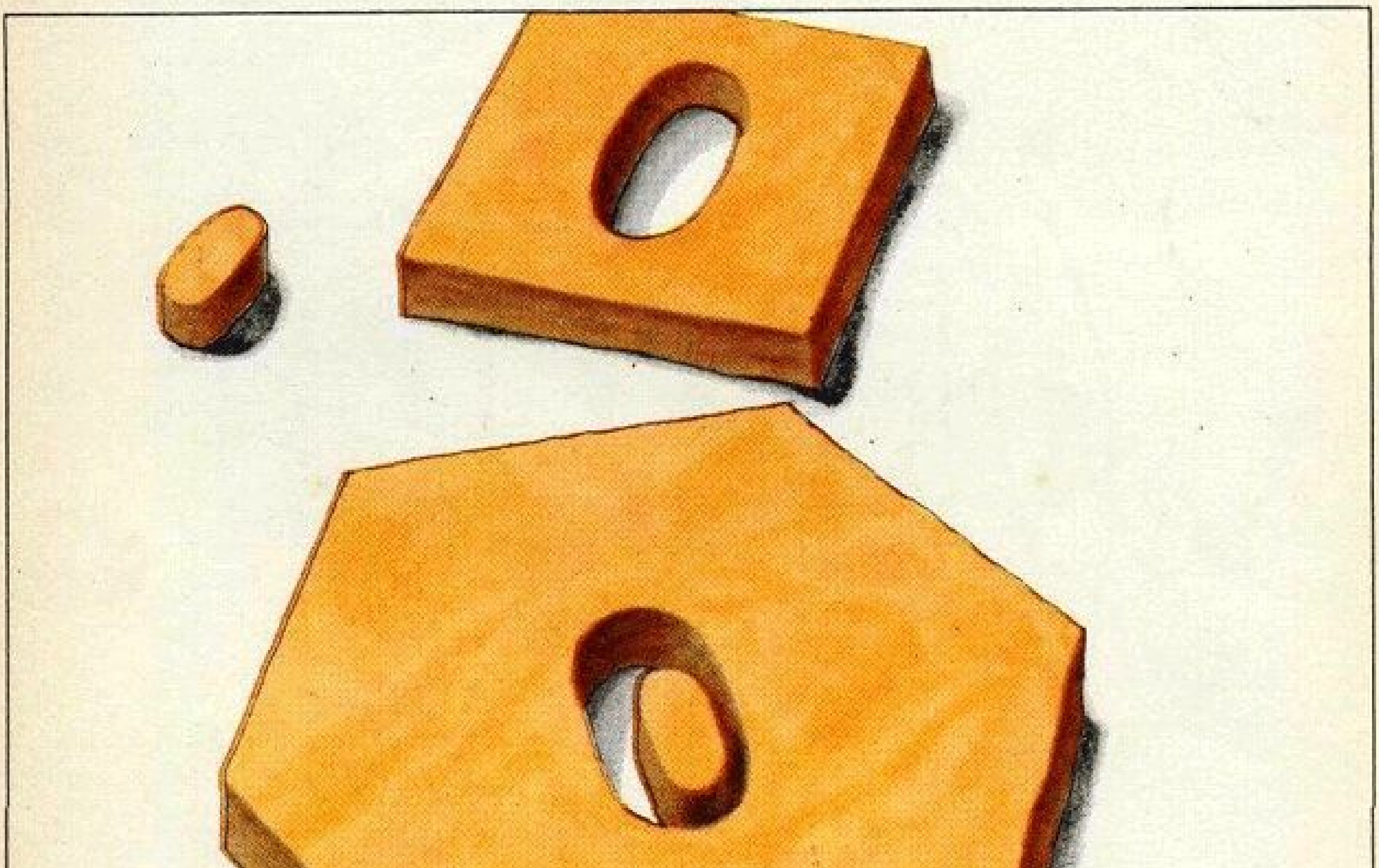
ISSN 0130-2221

Квант

8
1986

*Научно-популярный физико-математический журнал
Академии наук СССР и Академии педагогических наук СССР*



Паркеты из правильных многоугольников

Научно-популярный физико-математический журнал Академии наук СССР и Академии педагогических наук СССР

Квант

8 1986

Основан в 1970 году

Издательство „Наука". Главная редакция физико-математической литературы

В НОМЕРЕ: / IN THIS ISSUE:

проверить ряд предсказаний квантовой электродинамики, недоступных проверке при использовании обычных (маленьких) атомов. В частности, удалось построить квантовый генератор, в котором когерентное поле создавалось атомами, поодиночке пролетавшими через резонатор.

IX Турнир юных физиков

Этот турнир начинается в сентябре 1986 г. Он будет проводиться в три этапа.

I тур — заочный коллективный конкурс. Решения задач ТЮФ-IX, опубликованных ниже, можно отправлять не позднее 20 ноября 1986 года по адресу: 119899 Москва, ГСП, МГУ, физический факультет, Совет по работе со школьниками, оргкомитет ТЮФ-IX. В графе «Кому» напишите: «Заочный конкурс ТЮФ-IX» и номера задач, решения которых вы посылаете. В письмо вложите конверт с написанным на нем адресом школы (в этом конверте будут отправлены результаты проверки решений), а также список членов команды, фамилию учителя физики, номер школы, класс. Решения могут быть индивидуальными и коллективными. Каждое решение пишите отдельно и вначале обязательно укажите город, номер школы, класс, фамилии и имена авторов решения. К решениям экспериментальных задач должны быть приложены подробные описания установок, их схемы, желательно фотографии и экспериментальные данные. Наиболее удачные решения задач и самостоятельно сформулированных проблем будут отмечены грамотами турнира и представлены к печати в «Кванте».

II тур — отборочные физбои. В нем могут принять участие команды школ г. Москвы и Московской области, набравшие в заочном коллективном конкурсе более 40 баллов (из 50 возможных). Отборочные физбои 1/4 и 1/2 финала будут проводиться с 10 декабря 1986 г. по 10 января 1987 г. на физическом факультете МГУ по задачам коллективного конкурса. (Другим городам могут быть высланы материалы для организации II и III туров на местах).

III тур — финал турнира — состоится 22 февраля 1987 г. на физическом факультете МГУ. В его программу входят: физбой финалистов турнира, конкурс капитанов, конкурс болельщиков, награждение победителей и активных участников турнира.

В составлении заданий для финальных конкурсов турнира могут принять участие все желающие. Условия задач высылайте не позднее 20 января 1987 года, Получить дополнительные сведения о правилах проведения ТЮФ-IX, а также высказать свои предположения и замечания можно по вышеуказанному адресу.

Задания заочного коллективного конкурса ТЮФ-IX

Большинство заданий сформулировано на основе конкретных физических явлений и рассчитано на проведение серьезных теоретических и экспериментальных исследований, выходящих за рамки «школьного» подхода. Условия задач сформулированы максимально кратко и допускают различные трактовки и степени упрощения.

1. «Придумай сам». Самостоятельно сформулируйте задачу-проблему и решите ее.

2. «Электрон». Опишите известные современной науке свойства электрона.

Выполнение этой работы предполагает составление реферативного обзора, в котором следует изложить только свойства электрона как элементарной частицы, не рассматривая поведение большого числа электронов в сложных системах.

3. «Тормозной путь». Тормозной путь автомобиля примерно 40 м, а железнодорожного состава — 1500 м. Почему такая большая разница?

4. «Лунная дорожка».

«Выхожу один я на дорогу,
Сквозь туман кремнистый путь блестит.
Ночь тиха...»

М. Ю. Лермонтов

Какое физическое явление описал поэт? Объясните, каким образом возникает «лунная дорожка». Рассчитайте пространственное распределение интенсивности отраженного света, видимого наблюдателем в этих случаях.

5. «Маневр». Самолет летит со скоростью v над прямолинейным участком шоссе. Через какое минимальное время он может удалиться от шоссе на расстояние S? Считать, что полное ускорение самолета не превышает величины a и высота полета постоянна.

6. «Термометр». Измерения температуры удобно производить с помощью термопары. Определите, за какое минимальное время с ее помощью можно с наперед заданной точностью измерить температуру термостата?

7. «Лампа накаливания». Лампа накаливания включена в сеть:

а) постоянного тока;

б) переменного тока с частотой 50 Гц.

Исследуйте зависимость тока в цепи от падения напряжения на лампе. Оцените амплитуду колебаний температуры спирали лампы накаливания, включенной в сеть переменного тока с частотой 50 Гц.

8. «Границы применимости». Опишите границы применимости:

а) III закона Ньютона;

б) закона Кулона.

9. «Электричка». Какое напряжение и почему применяют в электротяге трамвая, троллейбуса, электропоездов железной дороги и метро?

10. «Сквозняк». Объясните, почему бывают сквозняки?

11. «Ниточный телефон». Из двух спичечных коробков и катушки ниток можно сделать... телефон. Всесторонне исследуйте принцип действия и свойства такого телефона.

12. «КПД трансформатора». Исследуйте зависимость коэффициента полезного действия школьного понижающего трансформатора от нагрузки.

13. «Неоновая лампочка». Почему загорается неоновая лампочка? Другими словами, откуда берутся свободные электроны в инертном газе (неоне), необходимые для ее загорания?

14. «Фокусное расстояние». Предложите подтвержденные вашими экспериментами способы измерения малого (<1 см) и большого (>10 м) фокусного расстояния линзы.

15. «Энергопотребление». Оцените полное энергопотребление средней городской квартиры. Обоснуйте физические принципы экономного расходования энергии.

16. «Сахарница». Вы насыпали в сахарницу кусковой сахар, заполнив ее до краев. Если теперь потрясти сахарницу, то можно будет добавить несколько кусочков сахара. То же самое произойдет и при насыпании сахарного песка или какой-нибудь крупы. Исследуйте явление «утряски».

17. «Теплый свитер». Вязаный шерстяной свитер очень хорошо греет, хотя, честно говоря, он ведь «дырявый» (имеет множество сквозных отверстий). Если уменьшить плотность вязки (повысить степень «дырявости»), то все равно свитер будет теплым. При какой максимальной степени «дырявости» свитер еще греет? (Традиционно задача № 17 имеет шуточный оттенок.)

Публикацию подготовили *Е. Н. Юносов, И. В. Яминский*

Как Декарт проводил касательные

Уравнение касательной к параболе $y^2=2px$ в точке $(x_0;\ y_0)$ имеет вид $yy_0=p(x+x_0)$.

Малярный парадокс

Количество краски, необходимое для закрашивания поверхности, будет пропорционально площади этой поверхности, если толщина слоя краски всюду одинакова. При способе же окраски, описанном в пункте 2, толщина слоя краски на n-м прямоугольнике не превосходит ширины этого прямоугольника, то есть $1/2^n$ см.

Секрет Старого Бондаря

Найдем, при каких значениях переменных y и z емкость бочки v (см. формулу (6, с. 17) будет — при заданном λ — наибольшей. Для этой цели воспользуемся следующим фактом.

Лемма. Пусть функция $F(y,\ z)$ при каждом фиксированном (постоянном) z имеет — при любом y — производную по переменному y (обозначим ее так: F'_y), а при каждом фиксированном y — производную по переменному z при любом z (обозначим ее так: F'_z). Если при $y=y_0$ и $z=z_0$ функция $F(y,\ z)$ имеет свое наибольшее значение, то при $y=y_0$ и $z=z_0$ обязаны выполняться равенства

$$F'_y(y,\ z)=0 \text{ и } F'_z(y,\ z)=0. \qquad (*)$$

Доказательство. В самом деле, если $F(y_0,\ z_0)\geqslant F(y,\ z)$ для всех y и z, то, в частности, должно выполняться и неравенство $F(y_0,\ z_0)\geqslant F(y,\ z_0)$ при любых y; это означает, что функция *одного* переменного $F(y,\ z_0)$ имеет при $y=y_0$ максимум; значит, ее производная (по y) $F'_y(y,\ z)$ обязана обращаться в нуль при $z=z_0$. Аналогично убеждаемся, что $F'_z(y_0,\ z)$ обращается в нуль при $z=z_0$. А это как раз и означает, что в точке $(y_0,\ z_0)$ выполняются равенства $(*)$.

Пользуясь этой леммой, найдем максимум функции v (см. (6)). Чтобы не иметь дело с корнями, будем искать максимум функции v^2 (ведь v и v^2 достигают своего максимума одновременно, при одних и тех же значениях переменных y и z). Имеем (см. (6))

$$F(y,\ z)=\frac{4}{9}\pi^2(y^2+z^2-yz)^2(\lambda^2-z^2).$$

Для нахождения точки максимума, найдем, согласно лемме, F'_y и F'_z и приравняем их нулю.

$$F'_y=\frac{8}{9}\pi^2(y^2+z^2-yz)(2y-z)(\lambda^2-z^2)=0,$$

$$F'_z=\frac{4}{9}\pi^2(y^2+z^2-yz)[2(2z-y)(\lambda^2-z^2)+$$
$$+(y^2+z^2-yz)(-2z)]=0 \qquad (**)$$

Учитывая, что $0<z<\lambda$, получаем $z=2y$. Так как (рис. 3, с. 16) $K=2(z-y)$, заключаем, что $NK=2y=AD$, то есть «наилучшая» бочка должна иметь форму цилиндра. Полагая в $(**)$ $z=2y$, получим

$$8\pi^2y^3(\lambda^2-6y^2)=0,$$

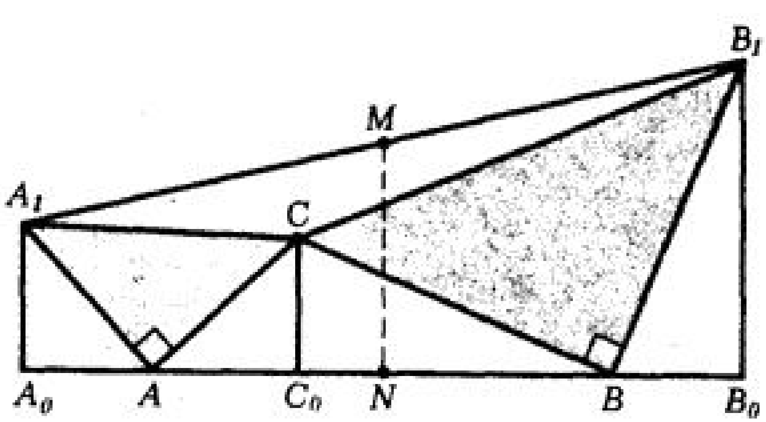
откуда $y=\lambda/\sqrt{6}$, $z=2\lambda/\sqrt{6}$ Если $DF=x$, то

$$x^2=\lambda^2-z^2,\ x=\lambda/\sqrt{3}=y\sqrt{2}.$$

Видим, что v может принимать наибольшее значение лишь в одном случае: $y=\lambda/\sqrt{6}$, $z=2\lambda/\sqrt{6}$.

Неудачи одной цивилизации

Пусть C — произвольная точка в плоскости, ACA_1 и BCB_1 — равнобедренные прямоугольные треугольники, расположенные вне треугольника ABC (прямые углы — при вершинах A и B). Покажем, что точка M — середина отрезка A_1B_1 — не зависит от выбора точки C. Пусть A_0, B_0, C_0 — ортогональные проекции точек A_1, B_1 и C_1 на прямую AB (см. рисунок). Легко видеть, что треугольники AA_0A_1 и CC_0A, а также BB_0B_1 и CC_0B равны; поэтому $AA_0=BB_0=CC_0$. Пусть N — середина отрезка A_0B_0. Ясно, что N является также серединой отрезка AB. Тогда MN — средняя линия прямоугольной трапеции $A_0B_0B_1A_1$; следовательно, $MN\perp AB$, $MN=\frac{1}{2}(A_0A_1+B_0B_1)$. Но $A_0A_1=AC_0$, $B_0B_1=BC_0$. Подставляя эти равенства, в выражение для MN, получаем $MN=\frac{1}{2}(AC_0+BC_0)=\frac{1}{2}AB$. Следовательно, при произвольном выборе точки C (в одной полуплоскости) отрезок MN перпендикулярен AB и равняется $\frac{1}{2}AB$, где N — середина AB. Это означает, что при движении точки C точка M остается неподвижной. Отметим, кроме того, что треугольник ABM — равнобедренный и прямоугольный.



«Квант» для младших школьников
(см. «Квант» № 7)

1. Выразим x через y: $x=\dfrac{5y-3}{y+3}$ $(y\neq-3)$, или $x=5-\dfrac{18}{y+3}$. Поэтому x будет целым числом тогда и только тогда, когда 18 делится на $y+3$. Для $y+3$ получаем двенадцать возможных значений: ±1, ±2, ±3, ±6, ±9, ±18, что дает двенадцать целочисленных решений уравнения

$\{(-13;-2)$, $(23;-4)$, $(-4;-1)$, $(14;-5)$, $(-1;0)$, $(11;-6)$, $(2;3)$, $(8;-9)$, $(3;6)$, $(7;-12)$, $(4;15)$, $(6;-21)\}$.

2. Возьмем правильный пятиугольник, вписанный в нашу «раскрашенную» окружность. Легко понять, что у него всегда найдутся три вершины одного цвета. Эти вершины в любом случае образуют нужный равнобедренный треугольник.

3. Пусть $A=\overline{ab}$. Тогда $(a+b)+(a+b)^2=10a+b$, то есть $(a+b)^2=9a$ откуда следует, что a — точный квадрат. Поскольку $1\leqslant a\leqslant9$, получаем три возможности: $a=1$, $a=4$ и $a=9$. Поэтому число A равно 12, 42 или 90.

4. Опишем вокруг треугольника ABC окружность. Из условия $\angle CAB+\angle MCB=90^\circ$ следует, что медиана CM принадлежит диаметру этой окружности (сделайте чертеж). Если при этом сторона AB не является диаметром, то медиана CM перпендикулярна AB как диаметр, проходящий через середину хорды, и треугольник ABC — равнобедренный (поскольку медиана CM является и высотой). Если же сторона AB является диаметром, то треугольник ABC — прямоугольный.

5. Отразим наши дуги симметрично относительно диаметра d, перпендикулярного выбранной прямой. Вместе с первоначальными дугами они образуют систему дуг длины 64, большей чем длина 20π нашей окружности. Поэтому в этой системе дуг найдутся по крайней мере две пересекающиеся дуги. Соединив любую точку из пересечения таких двух дуг с точкой, симметричной относительно диаметра d, мы получим нужную хорду, параллельную выбранной прямой.

Шахматная страничка
(см. «Квант» № 5)

Задание 9 (Я. Хартонг, 1957 г.). Задача на перекрытие — одну из самых популярных геометрических тем в шахматной композиции. После **1.Кb5!** с угрозой 2.Фd4× возникают сразу семь перекрытий: 1...Cf6 2.Фh7× (перекрыта пешка f7); 1...f6 2.Фе7× (теперь пешка перекрыла дорогу слону к полю е7); 1...Cf2 2.Лf4×; 1...Ке2 2.Ле3×; 1...Кb3 2.К:с3×; 1...Кс6 2.Cd5×; 1...с5 2.К:d6×.

Задание 10 (Л. Куббель, 1907 г.). **1.Кс3+ Крс2 2.Кd1!** Проигрывает 2.Kd5? из-за **2...Крd2! 2...Кр:d1 3.Крh8! f1Ф** (3...Кре1 4.Лg2 с тем же итогом) **4.Лg1! Ф:g1. Пат.**

Номер подготовили:
А. А. Варламов, А. Н. Виленкин, В. Н. Дубровский, А. А. Егоров, И. Н. Клумова, Т. С. Петрова, А. Б. Сосинский, В. А. Тихомирова

Номер оформили:
Ю. А. Ващенко, М. Б. Дубах, С. В. Иванов, Д. А. Крымов, Н. С. Кузьмина, Э. В. Назаров, А. М. Пономарева, И. Е. Смирнова, П. И. Чериуский

Заведующая редакцией Л. В. Чернова

Редактор отдела художественного оформления
С. В. Иванов

Художественный редактор Т. М. Макарова

Корректор Л. С. Сомова

103006 Москва К-6,
ул. Горького, 32/1, «Квант»,
тел. 250-33-54

Сдано в набор 19.6.86. Подписано к печати 17.7.86
Т-16726 Бумага 70×108/16
Печать офсетная. Усл. кр.-от. 23,8
Усл. печ. л. 5,6. Уч.-изд. л. 6,95
Тираж 194 920 экз.
Цена 40 коп. Заказ 1646

Ордена Трудового Красного Знамени
Чеховский полиграфический комбинат
ВО «Союзполиграфпром»
Государственного комитета СССР
по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли
г. Чехов Московской области