

## Нить Накала

Добрый день уважаемые члены жюри, команды-соперницы и зрители. Я представляю доклад команды по задаче Нить накала. Позвольте напомнить условие: При первом включении лампы накаливания наблюдается значительный скачок силы тока в цепи. Предложите теоретическую модель данного явления и исследуйте его экспериментально.

Неоднократно в быту мы встречаемся с перегоранием лампы накаливания. При этом лампочки часто перегорают при включении. Эта проблема имеет непосредственное отношение к поставленной задаче. В докладе мы расскажем, почему происходит описанный скачек тока, почему перегорает лампочка и как этого избежать.

Для изучения явления была собрана экспериментальная установка. Для этого использовался стенд из набора Lab Pro. На этом стенде была собрана электрическая цепь, схему которой Вы видите на рисунке. Важными в данной схеме являются: источника ЭДС, ключ и лампочка. При помощи оборудования Lab Pro мы измеряли силу тока и напряжение в цепи. При этом частота снятия (а она достигала 10 000 Гц), позволяла отслеживать быстрое изменение силы тока в цепи. График зависимости силы тока от времени представлен на слайде.

Обратим внимание, что сразу после замыкания ключа в цепи начинает течь ток. При этом его начальное значение в несколько раз больше, чем установившееся. Этот факт объясняется тем, что сила тока в цепи зависит от сопротивления лампочки:

$$I = \frac{U}{R_{\text{лам.}} + R_{\text{цепи}}} \quad (1)$$

В условии задачи сказано, «при первом включении лампы накаливания». Это мы будем трактовать, как указание на то, что лампочка при включении имеет комнатную температуру.

Сопротивление лампочки зависит от температуры нити накала (как правило, вольфрамовой). В начальный момент, температура нити совпадает с комнатной и составляет примерно 300К, а после включения нить разогревается (под действием тепла, выделяющегося на сопротивлении по закону Джоуля - Ленца). В стационарном режиме нить имеет температуру 2200-3000К.

$$R = R_0(1 + \alpha T) \quad (2)$$

Значит, сопротивление лампочки изменяется на порядок. Это приводит к значительному изменению силы тока в цепи.

Оценим время скачка силы тока в цепи. Для этого определим время перехода в стационарный режим. Пренебрежем сопротивлением соединительных проводов и источника ЭДС. Оценку среднего сопротивления лампочки выражает (3):

$$\bar{R} = \frac{R(T_{\text{стац.}}) + R(T_{\text{комн.}})}{2} \quad (3)$$

Выделившееся тепло найдем по закону Джоуля – Ленца:

$$Q = \frac{U^2}{R} \tau \quad (4)$$

Считаем, что всё выделившееся тепло пошло на нагревание лампочки:

$$\frac{U^2}{R} \tau = cm(T_{\text{стац.}} - T_{\text{комн.}}) \quad (5)$$

Уточненная формула для среднего сопротивления примет вид:

$$\bar{R} = d \frac{l}{S} \left( 1 + \alpha \frac{T_{\text{стац.}} + T_{\text{комн.}}}{2} \right) \quad (6)$$

Расписав массу нити через плотность, длину и площадь поперечного сечения

$$m = \rho l S$$

Получаем оценочное значение времени скачка:

$$\tau \approx \frac{cd\rho l^2}{U^2} \left( 1 + \alpha \frac{T_{\text{стац.}} + T_{\text{комн.}}}{2} \right) (T_{\text{стац.}} - T_{\text{комн.}}) \quad (7)$$

Подставив значения, приведенные в таблице:

Обозначение	Величина	Значение
$T_{\text{комн.}}$	комнатная температура	300 К
$T_{\text{стац.}}$	стационарная температура	2500 К
$\alpha$	температурный коэффициент сопротивления вольфрама	0,0045 1/К
$l$	длина нити накала	0,01 м
$\rho$	плотность вольфрама	19 350 кг/м <sup>3</sup>
$d$	удельное сопротивление	5,5·10 <sup>-8</sup> Ом*м
$c$	удельная теплоемкость	154 Дж/(кг*К) (при 1000 К)
$U$	напряжение в цепи	6 В
$\tau$	время скачка тока	0,1 сек.

Сопоставив оценочное значение с экспериментальным, убеждаемся в правомерности нашей оценки.

Для лампочек, применяемых в бытовых условиях (100 Ватт, напряжение 220 Вольт) оценочное значение времени скачка тока:

$$\tau \approx 10^{-4} \text{ сек.}$$

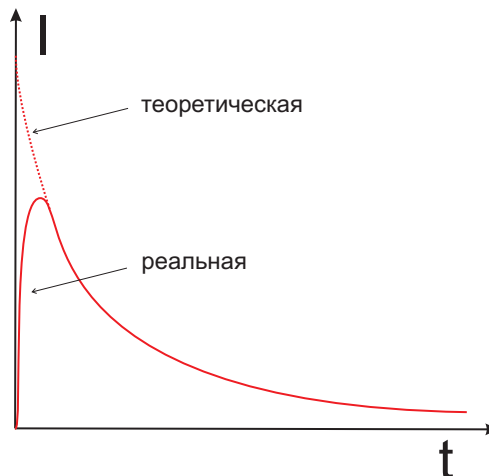
Меньшее значение времени скачка можно связать с большим рабочим напряжением.

Следующей проверкой для нашей теории стало изучение зависимости времени скачка тока от напряжения. Результаты приведены на графике:

$$\text{(таблица, график)} \quad \tau \approx \frac{1}{U^2}$$

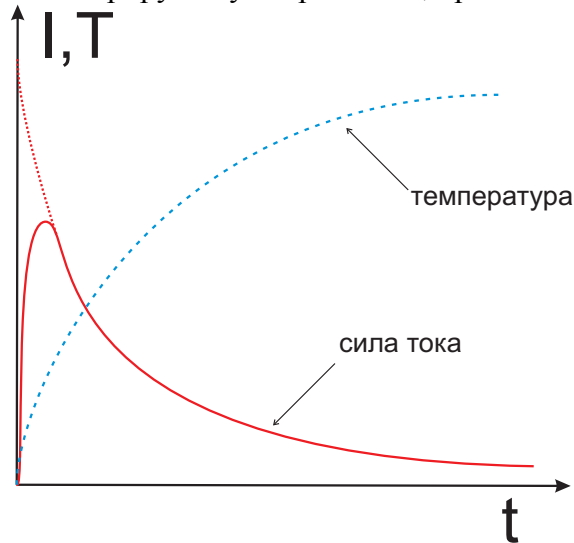
Получилось значение, достаточно близкое к теоретическому значению (n=-2).

Следует также обратить внимание на один немаловажный момент. Суть его станет понятна из диаграммы:



Поскольку сила тока не может меняться скачком (в реальных условиях в цепи всегда существует паразитная индуктивность), реальный скачок несколько отличается от теоретического. Сравните: оценочное значение изменения силы тока – порядка 10 раз, реальное составляет 2-4 раза.

Итак, ещё раз проиллюстрируем суть процессов, происходящих в цепи:



При протекании тока на сопротивлении (нити накала) по закону Джоуля – Ленца выделяется тепло. Значительная часть этого тепла идёт на разогрев нити – увеличивается его температура. Следствием его сопротивления растёт, а значит падает сила тока в цепи. Когда температура нити накаливания становится большой (2200 – 3000 К), значительную роль играют потери энергии на излучение и на рассеяние в окружающую среду. Это приводит к прекращению нагрева нити и установлению стационарного режима.

Ремарка о первом включении лампочки подчеркивает то, что скачок зависит от температуры. Как видно из графика, при повторном включении лампочки через 2 секунды после выключения, скачок тока менее выражен. Можно наглядно сравнить пиковые значения в обоих случаях.

Раз до сих пор теория хорошо объясняет эксперимент, мы решили развивать теорию дальше.

Для этого от приблизительных расчетов со средними значениями, перейдём к более точному описанию на языке бесконечно малых величин. По-прежнему пренебрегаем всеми сопротивлениями, кроме нити накала, и считаем, что всё тепло идёт на нагрев нити:

$$\frac{U^2}{R_0(1 + \alpha T)} dt = cm dT \quad (8)$$

Откуда:

$$dt = \frac{R_0}{U^2} cm(1 + \lambda T) dT \quad (9)$$

Проинтегрировав, получим:

$$\tau = \frac{R_0}{U^2} cm \left( T_{стационар.} - T_{комн.} + \lambda \frac{T_{стационар.}^2 - T_{комн.}^2}{2} \right) \quad (10)$$

Полученную формулу можно использовать для более точных расчетов времени скачка.

Учтем, теперь, потери на излучения (так как лампочка, не излучающая свет, лампочкой, по сути дела, не является).

$$\frac{U^2}{R_0(1 + \lambda T)} dt = cm dT + kT^4 dt \quad (11)$$

Разделив переменные, получим уравнение:

$$\left( \frac{U^2}{R_0(1+\lambda T)} - kT^4 \right) dt = cmdT \quad (12)$$

$$dt = \frac{cmdT}{\left( \frac{U^2}{R_0(1+\alpha T)} - kT^4 \right)} \quad (13)$$

Проинтегрировав, и проведя преобразования, можно получить значение температуры нити для любого момента времени, что позволяет определить и силу тока в цепи.

Дальнейшим развитием нашей модели может стать учёт дополнительных потерь через колбу и цоколь, учёт зависимостей величин (например, теплоемкости вольфрама, от температуры), сопротивления проводов и источника, а также наличие паразитной индуктивности.

$$\frac{U^2}{R_0(1+\lambda T) + R_{\text{нити}}} dt = c(T)mdT + kT^4 dt + P_{\text{цок.}} dt + P_{\text{колб.}} dt \quad (14)$$

В этом случае зависимость приобретает более сложный вид. Требуются также адекватные модели для описания потерь. При этом, как правило, переменные не разделяются, а коэффициенты становятся непостоянными. Решение таких дифференциальных уравнений представляет собой другую достаточно сложную задачу. Но, к счастью, нам оно и не требуется.

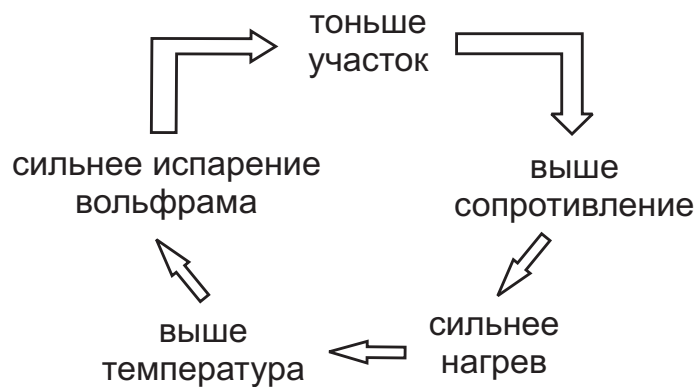
Эмпирически нами было установлено, что точки на графике зависимости тока в цепи от времени достаточно хорошо ложатся на экспоненциальную кривую. Убедиться в этом утверждении мы смогли при помощи программы Origin, пририсовав к полученному графику экспоненту. Программа также высчитала различие по методу МНК, и посчитала коэффициент регрессии, те сопоставила теорию с практикой.

(график с точками)

Это ещё раз подтверждает тезис о том, что многие сложные физические процессы в реальных условиях протекают по экспоненте.

Далее расскажем, почему перегорают лампочки и как можно попытаться этого избежать.

В процессе изготовления и эксплуатации нить накала становится неоднородной. Существуют более тонкие участки. Такие участки обладают повышенным сопротивлением и, соответственно, на них выделяется повышенная мощность. Теплоёмкость тонкого участка понижена в сравнении с другими, и выделение на нём большей мощности способствует к ускорению разогрева. Сопротивление участка увеличивается, обеспечивая дополнительное ускорение разогрева. Температура участка увеличивается до рабочего уровня раньше остальных участков нити, а сила тока в этот момент ещё превышает номинальное значение, и участок начинает перегреваться. Этого может быть достаточно для испарения вольфрама с поверхности нити и уменьшения её в диаметре. С каждым последующим включением ослабление нити прогрессирует, пока перегрев не приведёт к разрушению тонкого участка.



Иногда между разрушенным участком нити и вводом возникает пробой, что может привести к плавлению большого отрезка нити и взрыву колбы лампы.

Разрушение лампочки можно попытаться избежать, если выводить лампу на стационарный режим не скачком, а плавно. Для этого можно использовать реле.

Подведём итоги проделанной работы:

- 1 Выяснена причина скачка силы тока в цепи при включении лампочки – эта причина, различие начальной и рабочей температур лампочки, а следовательно и различие сопротивления.
- 2 Проведена оценка величины скачка тока и времени этого скачка. (0,1с)
- 3 Предложена математическая модель, базирующаяся на законе Ома, законе Джоуля – Ленца и уравнении теплового баланса.
- 4 Экспериментально проверена адекватность модели. Выявлены и объяснены отличия реальных процессов от теоретических.
- 5 Разработаны направления уточнения модели.
- 6 Объяснена причина разрушения лампочки при включении и указаны способы минимизации риска разрушения.