Духовое ружьё

Доклад сборной команды лицея БГУ

Докладчик: Бондаренко Александр

Условие задачи:

Исследуйте движение пули внутри духового ружья. Определите условия, при которых достигается максимальная выходная скорость пули при выстреле.

Определение:

Духовое оружие (ДО) - пневматическое оружие, в котором для сжатия воздуха используется мускульная энергия легких человека.

(ГОСТ 24241-80. "*Оружие пневматическое. Термины и определения.*")

Виды пуль

- маленькая пуля, летит вместе с потоком, не оказывая особого влияния на него;
- пуля-поршень, т.е. плотно подогнана, незначительно пропускает воздух, толкает столб воздуха;
- пуля средних размеров. Это значит, воздух частично просачивается в щель между пулей и стенкой.

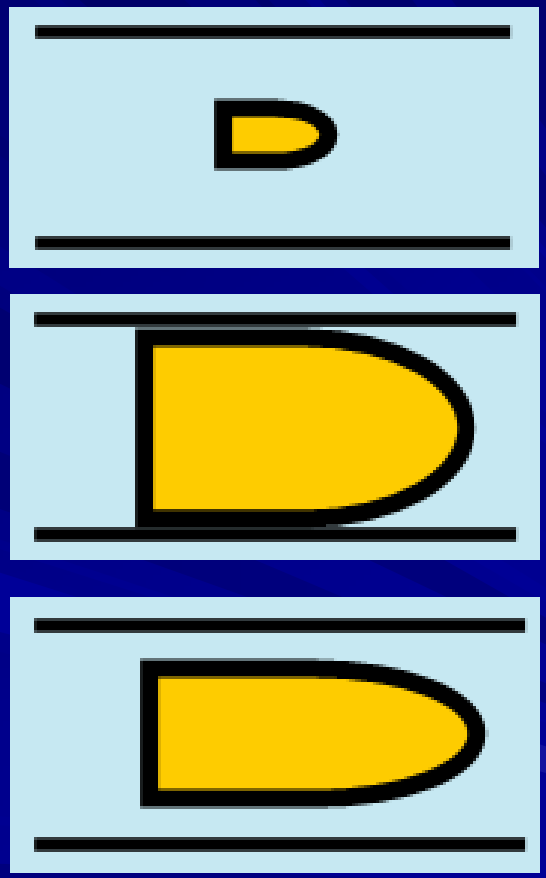
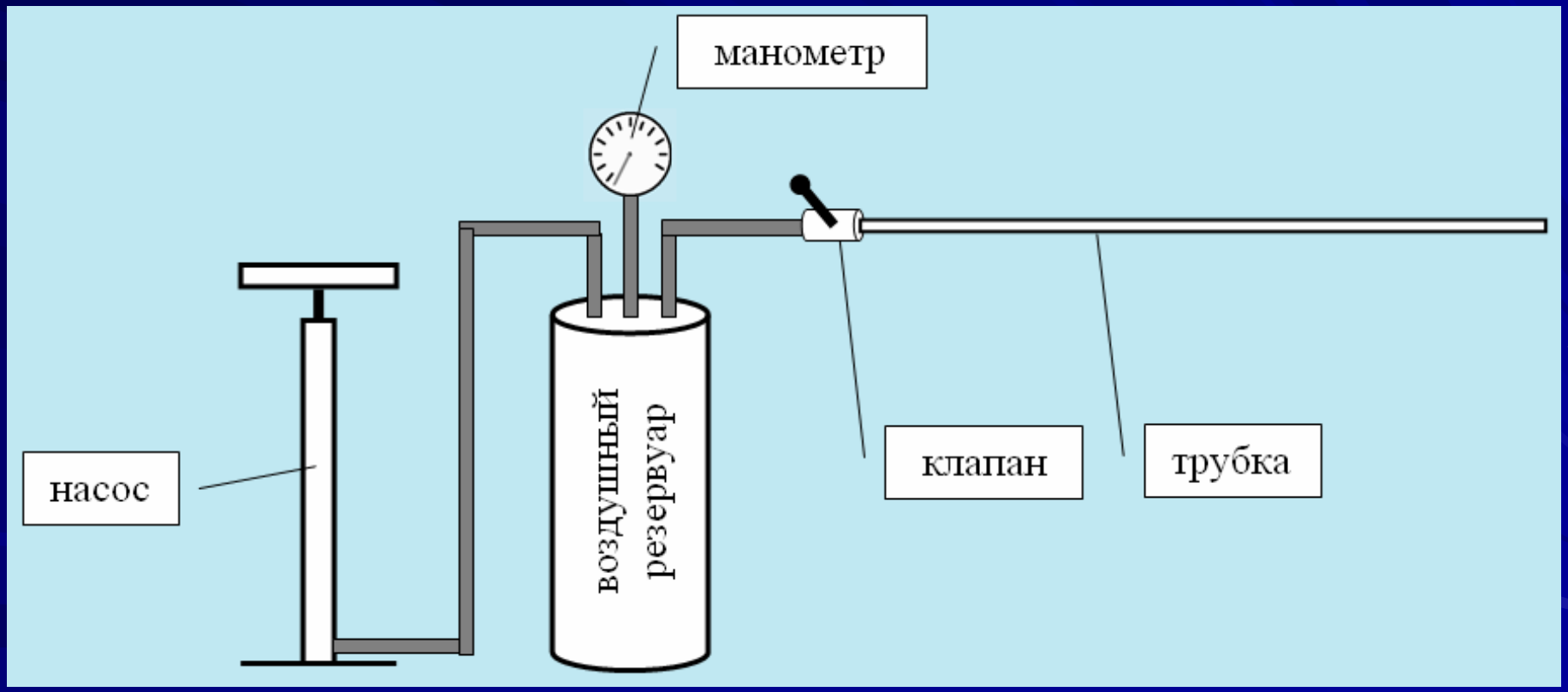
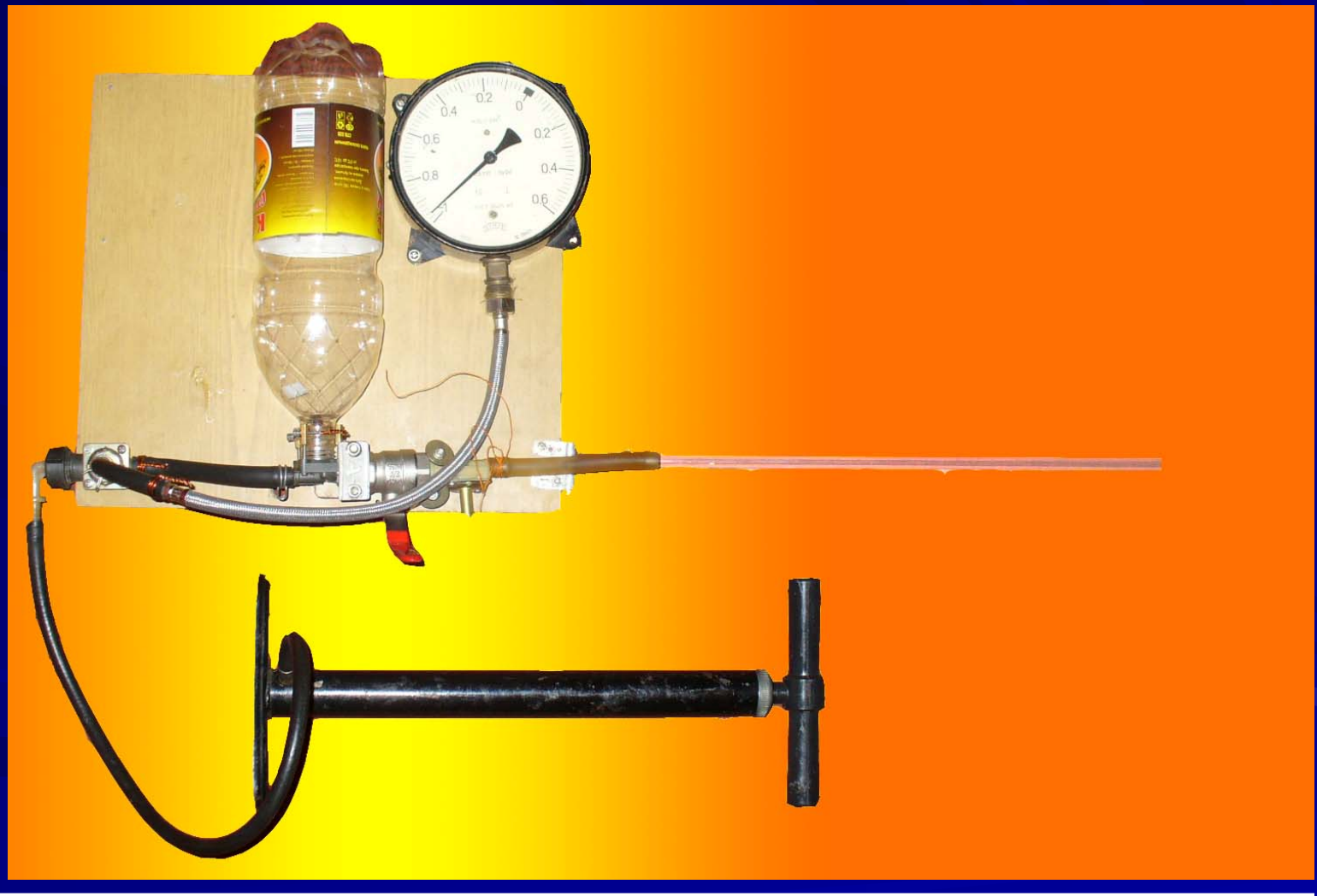


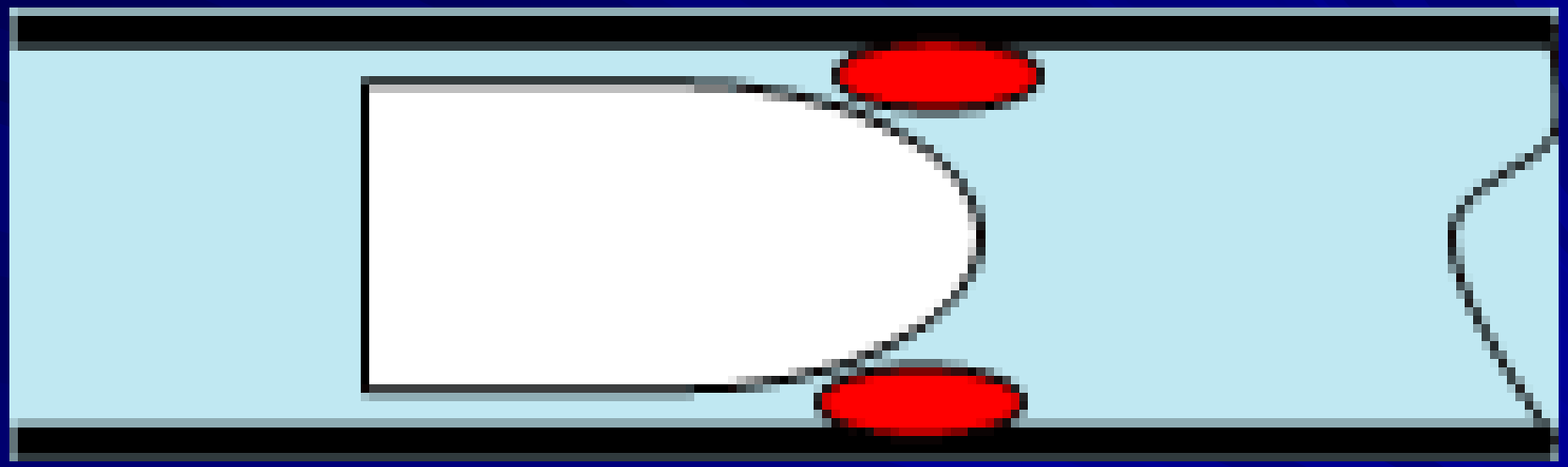
Схема установки



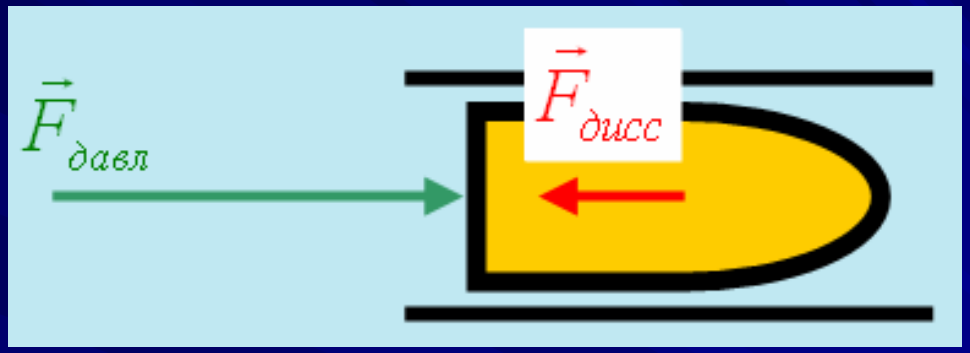
Установка



«Мини устройство»



Силы, действующие на пулю



- $F_{давл}$ – сила давления газа на пулю («разгоняющая»)
- $F_{дисс}$ – суммарная всех диссипативных сил, действующих на пулю

Оценка некоторых диссипативных сил

- трение пули о стенки 0,3 - 1%
- изменение давления за счёт утечки 1 - 3%

Расчёт скорости

Если, $F_{дис} = 0$, то $A_{ãàçà} = E^{\hat{e}}_{ï óëè} + A_{àò ì}$

Процесс адиабатический, поэтому

$$A_{газа} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1}$$

, где p_1 и p_2 – начальное и конечное давления соответственно;

V_1 и V_2 – начальный и конечный объём;

γ - показатель адиабаты для воздуха (1,41).

Из уравнения Пуассона $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$, получаем

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

Расчёт скорости

Если, $F_{дис} = 0$, то $A_{ãàçà} = E^{\hat{e}}_{ï\,óëè} + A_{àò\,ì}$

Работа атмосферы

$$A_{атм} = p_0 Sl$$

, где p_0 – атмосферное давления;

S – площадь сечения трубки;

l – длина трубки.

$$E^{к}_{пули} = \frac{mv^2}{2}$$

, где m – масса пули;

v – скорость пули.

Расчёт скорости

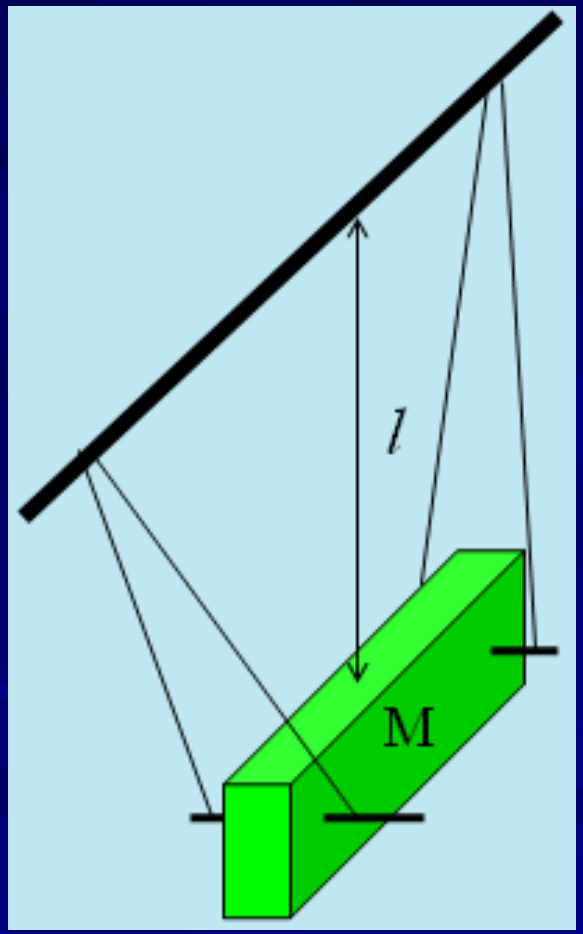
Получим зависимость для скорости от начального давления:

$$v = \sqrt{\frac{2p_1\left(V_1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} V_2\right) - 2p_0 Sl(\gamma - 1)}{(\gamma - 1)m}} \qquad (1)$$

- p_1 – начальное давление;
- V_1 и V_2 –объёмы газа в начале и в конце процесса;
- p_0 – атмосферное давление;
- l – длина трубки;
- S – площадь сечения трубки;
- ρ – плотность воздуха;
- m – масса пули;
- γ – показатель адиабаты (1,41 для воздуха).

$$V_2 = V_1 + Sl$$

Измерение скорости при помощи баллистического маятника



$$v = \frac{M + m}{m}\sqrt{2g(l - \sqrt{l^2 - d^2})} \qquad (2)$$

, где M – масса маятника;
m – масса пули;
l – длина нитки, на которой подвешен маятник;
d – отклонение.

Исследование формулы

$$v = \sqrt{\frac{2p_1\left(V_1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} V_2\right) - 2Sl(\gamma - 1)\left(p_0 - \frac{\rho Slp_1}{2m}\right)}{(\gamma - 1)m}}$$

Скорость пули можно увеличить, если:

- увеличить начальное давление;
- увеличить площадь трубки (и пули соответственно);
- увеличить длину трубки;
- уменьшить массу пули.

Увеличение давления

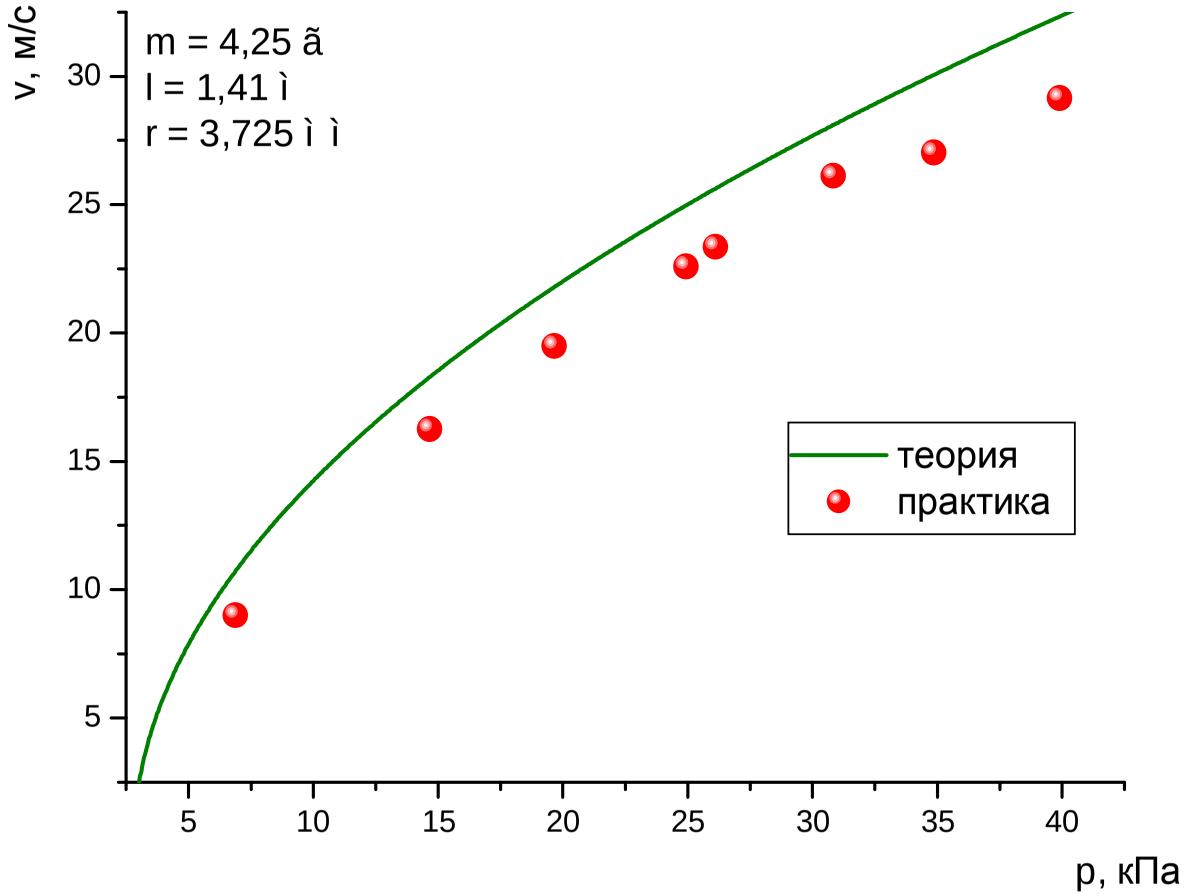
Плюсы:

- скорость пули растёт всегда.

Минусы:

- ограничено возможностями лёгких человека;
- требуется хорошая техника стрельбы

График зависимости скорости от избыточного давления



Увеличение площади

Плюсы:

- скорость вырастет.

Минусы:

- ограничено начальным давлением и объёмом лёгких;
- влечёт увеличение массы пули, причём масса растёт быстрее площади ($m \sim r^3$, $S \sim r^2$).

Увеличение длины трубки

Плюсы:

- скорость вырастёт.

Минусы:

- ограничено начальным давлением и объёмом лёгких;
- ухудшается транспортабельность, риск повреждения.

График зависимости скорости от избыточного давления для трубок разной длины 1

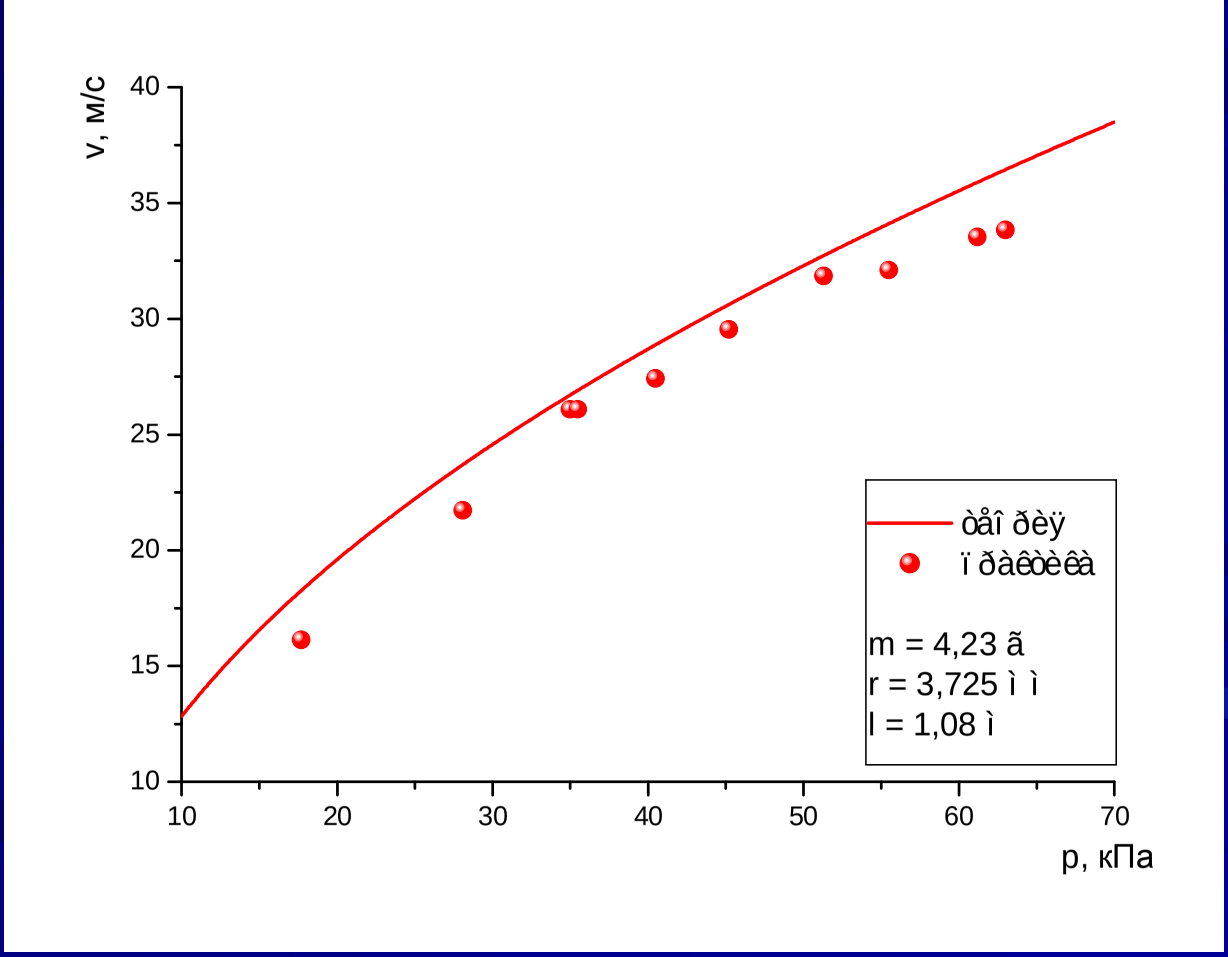


График зависимости скорости от избыточного давления для трубок разной длины 2

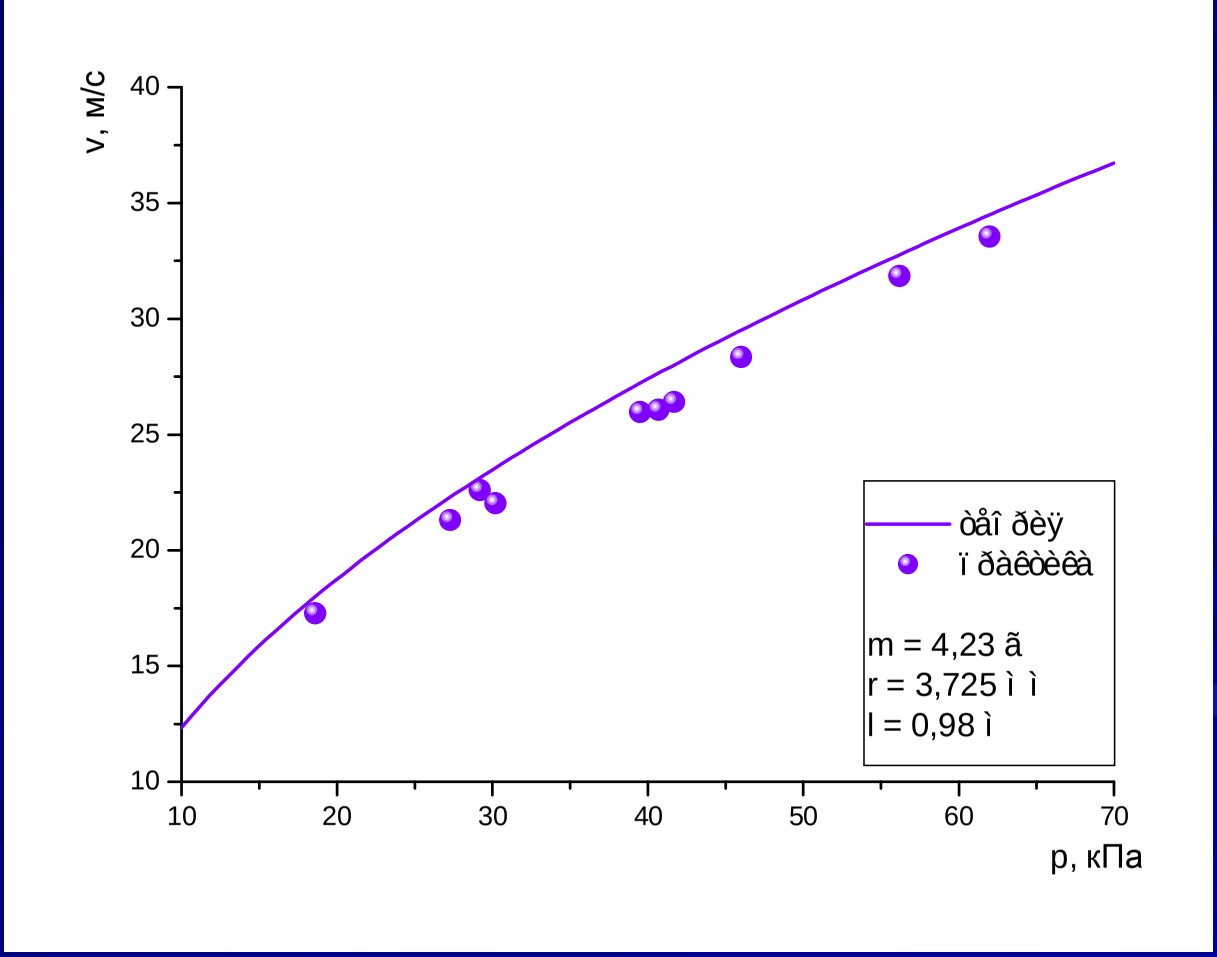
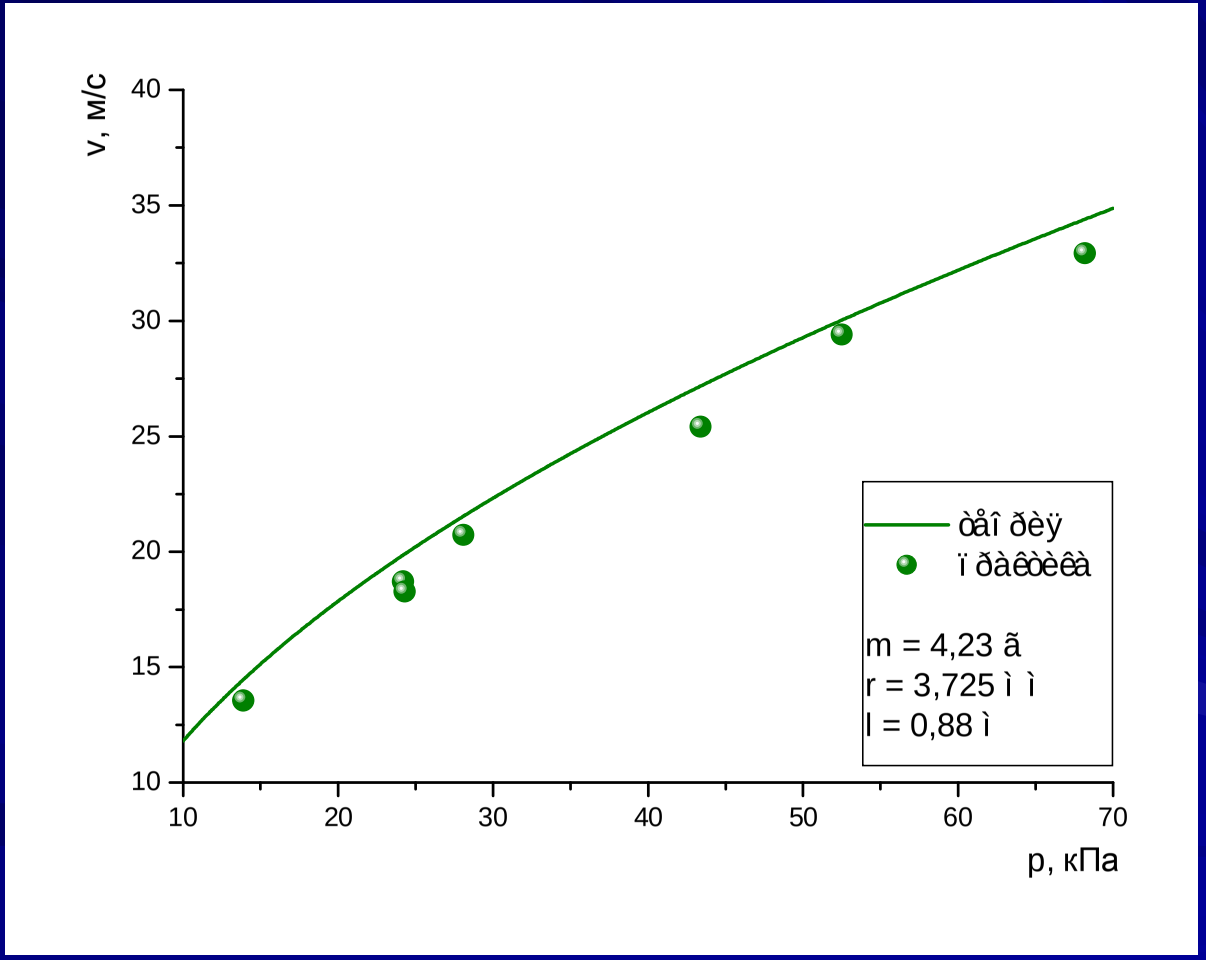
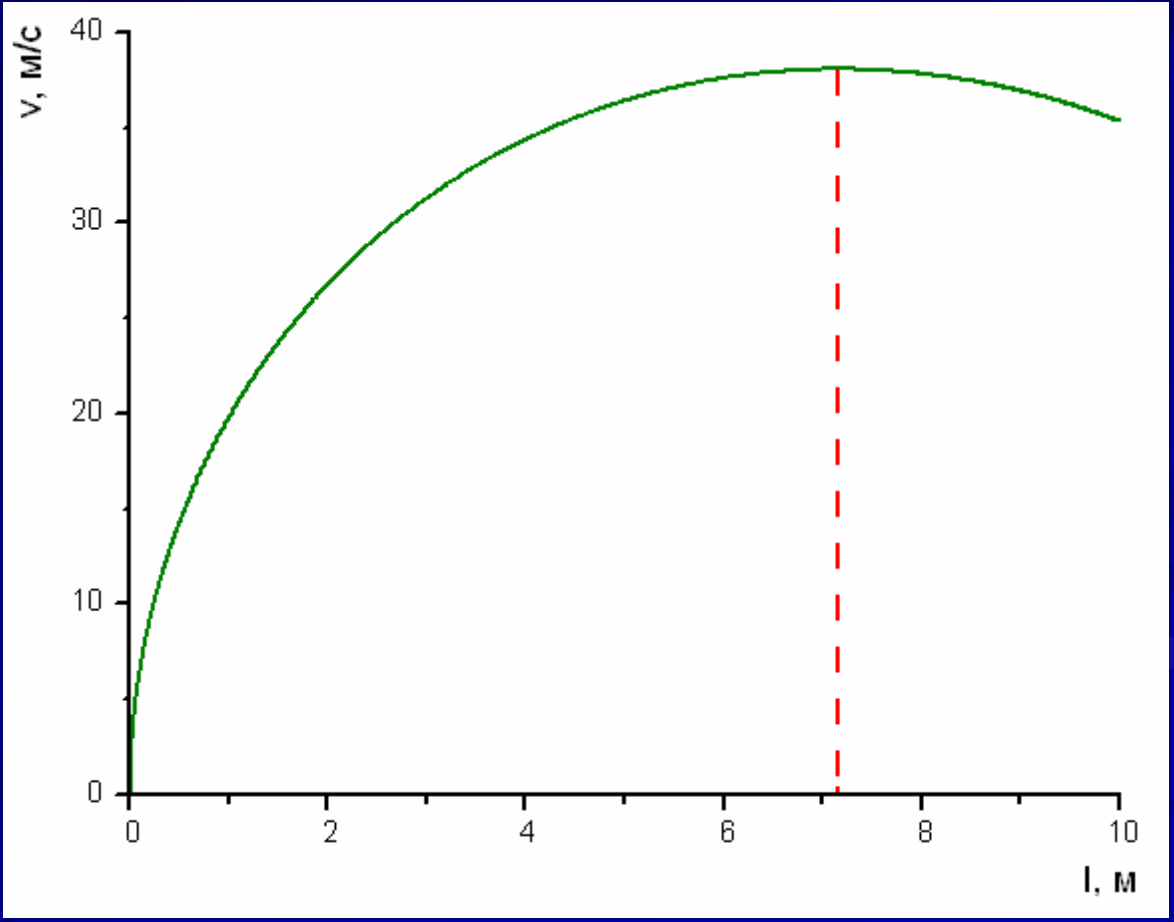


График зависимости скорости от избыточного давления для трубок разной длины 3



Максимальная длина трубки

при начальном избыточном давлении в 20 кПа и массе пули 4,25 г



Уменьшение массы пули

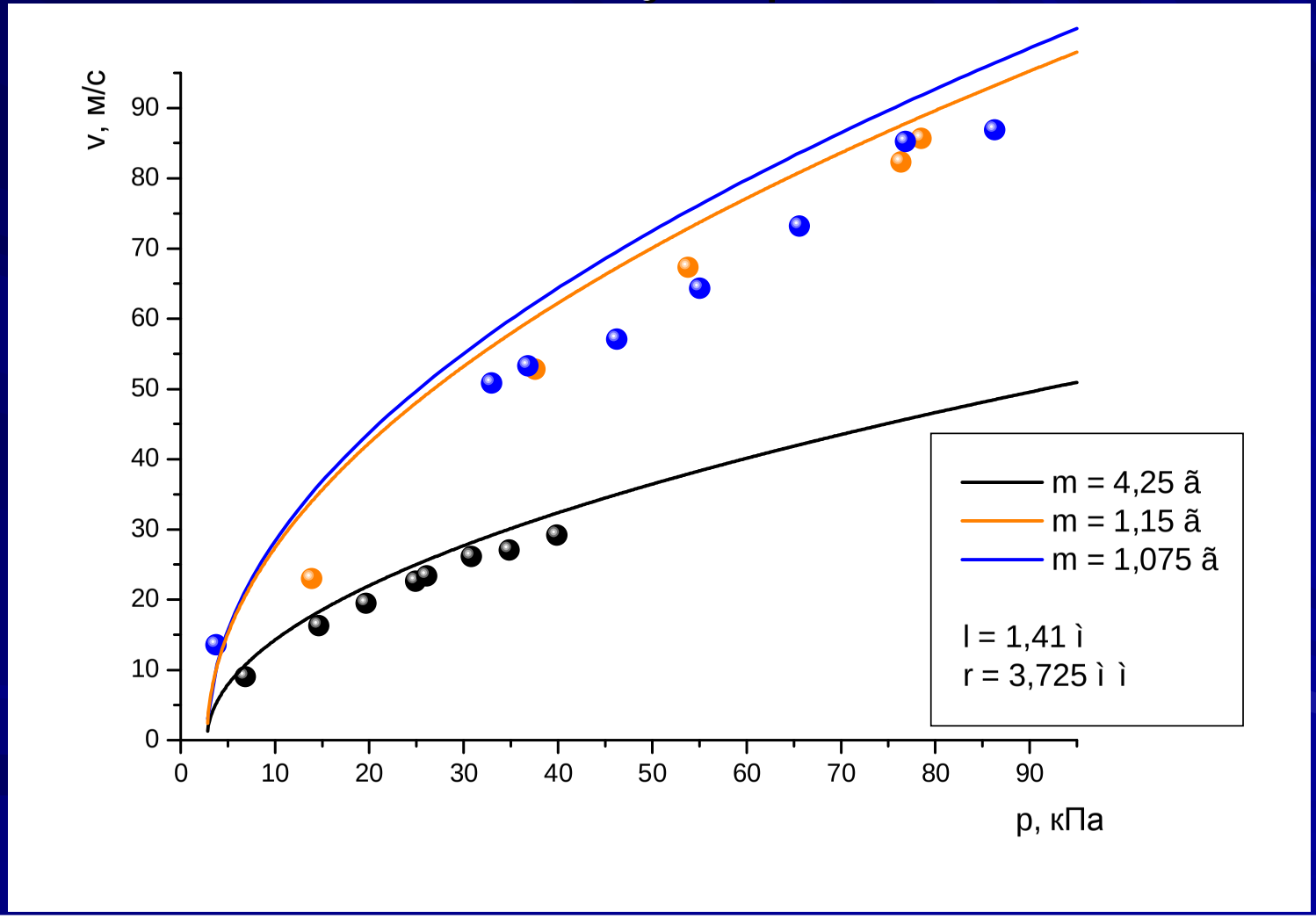
Плюсы:

- скорость вырастёт.

Минусы:

- снижается практическое применение.

График зависимости скорости от избыточного давления для пуль разной массы



Выводы

Для увеличения выходной скорости пули, надо:

- увеличить давление и сохранять его постоянным;
- уменьшить массу пули (применять лёгкие материалы);
- подогнать пулю под трубку;
- подобрать оптимальную площадь сечения и длину трубки.

Список использованной литературы

- О. Ф. Карабдин «Физика. Справочные материалы»
- И. С. Григорьев, Е. З. Мейлихов «Физические величины. Справочник»
- Н. Ф. Краснов «Аэродинамика»
- Издательство Физического факультета МГУ «Механика сплошных сред. Лекции»
- И.В. Савельев «Курс общей физики. Том 2»

Спасибо за внимание!

Содержание

Основные слайды:

- Условие задачи
- Определение
- Схема установки
- Установка
- Мини устройство
- Силы, действующие на пулю
- Оценка диссипативных сил
- Расчёт скорости. Работа газа
- Расчёт скорости. Расход энергии
- Расчёт скорости. Итог
- Исследование формулы
- Увеличение давления
- График зависимости v(p)
- Увеличение площади
- Увеличение длины трубки
- Максимальная длина трубки
- Уменьшение массы пули
- Измерение скорости
- График зависимости v(p)
- График зависимости v(p), l <> const
- График зависимости v(p), m <> const
- Список литературы

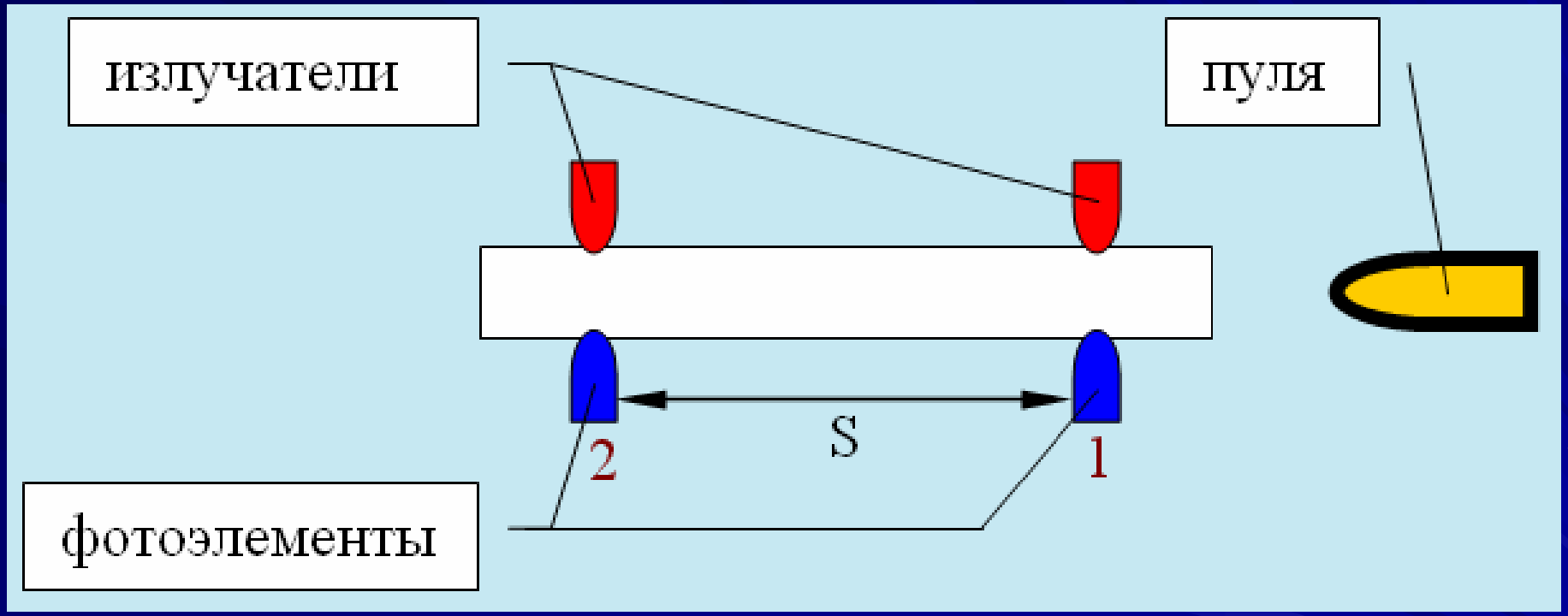
Дополнительные слайды:

- Оптическое измерение скорости
- Оценка силы трения
- Изменение давления при расширении
- Оценка силы трения воздуха о стенки
- Расчёт скорости. Экстрим
- Нахождение минимального давления
- Вывод формулы для адиабатического процесса

Дополнительные слайды

Измерение скорости пули

Оптический способ



$$v = \frac{S}{t_2 - t_1} \qquad (1)$$

Оценка силы трения

Из закона Кулона-Амантона,

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg$$

Подставляя величины, получаем:

$$\frac{F_{тр1}}{F_{давл}} \approx 0,4\%$$

для лёгкой пули (1,15 г)

$$\frac{F_{тр2}}{F_{давл}} \approx 1\%$$

для тяжёлой пули (10 г)

Изменение давления при расширении

Из уравнения Пуассона $p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$, получаем $p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma}$

Тогда $$\frac{|\Delta p|}{p_1} = \frac{|p_2 - p_1|}{p_1} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_1 + \pi r^2 l} \right)^{\gamma}$$

Подставляя величины, получаем:

$\frac{|\Delta p_1|}{p_1} \approx 1,8\%$ для короткой трубки (0,68 м)

$\frac{|\Delta p_2|}{p_1} \approx 3,7\%$ для длинной трубки (1,41 м)

Расчёт скорости

Учитывая, что $V_2 = V_1 + \pi r^2 l$ получаем зависимость для скорости от начального давления формулу (1):

$$V = \sqrt{\frac{2p_1\left(V_1 - \left(\frac{V_1}{V_1 + \pi r^2 l}\right)^{\gamma}\left(V_1 + \pi r^2 l\right)\right) - 2p_0 \pi r^2 l(\gamma - 1)}{(\gamma - 1)m}} \qquad \textbf{(1)}$$

- P_0 – атмосферное давление;
- p_1 – начальное давление;
- V_1 – объём газа в начале;
- r – радиус трубки;
- l – длина трубки;
- m – масса пули;
- γ – показатель адиабаты;

Нахождение минимального давления

Минимально давление – давление, при котором пуля у конца трубки имеет скорость, равную нулю.

$$0 = \sqrt{\frac{2p_1\left(V_1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} V_2\right) - 2p_0 Sl(\gamma - 1)}{(\gamma - 1)m}}$$

$$p_1 = \frac{p_0 Sl(\gamma - 1)}{\left(V_1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} V_2\right)}$$

Для нашей трубки (r = 3,725 мм, l = 1,41 м), минимальное начальное избыточное давление составило около 3 кПа.

Вывод формулы для адиабатического процесса

SUMMA CUM LAUDE

Работа газа

$$A = \nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) \qquad (3)$$

- ν – количество газа
- R – универсальная газовая постоянная для воздуха
- γ – показатель адиабаты для воздуха
- T_1 и T_2 - температуры газа в начале и в конце процесса

Работа газа

$$A = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} \qquad (4)$$

- p_1 и p_2 – начальные и конечные давления
- V_1 – V_2 – объёмы газа в начале и в конце

При начальном давлении в 62кПа,длине трубки 1 м, A ≈ 2 Дж

Оценка силы трения воздуха о стенки

Расчёт скорости

Если, $F_{дис} = 0$, $A_{ãàçà} = E^{ê}_{ï óëè} + A_{àò ì} + E^{ê}_{ãàçà}$

Разгон воздуха в трубке

$$\partial E^{ê}_{ãàçà} = \frac{\partial m v^2}{2} = \left\{ v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2\frac{F}{m}x} = \sqrt{2\frac{p_1 S}{m}x} \right\} = \frac{\rho S^2 p_1 x \partial x}{m}$$

$$E^{ê}_{ãàçà} = \int_0^l \frac{\rho S^2 p_1 x \partial x}{m} = \frac{\rho S^2 p_1 l^2}{2m}$$

- ρ – плотность воздуха;
- p_1 – начальное давление;
- S – площадь сечения трубки;
- l – длина трубки;
- m – масса пули;

Расчёт скорости

Если, $F_{дис} = 0$, то $A_{газа} = E^{к}_{пули} + A_{атм}$

И работа атмосферы

$$A_{атм} = p_0 Sl = p_0 \pi r^2 l$$

, где p_0 – атмосферное давления;

r – радиус трубки;

l – длина трубки.

$$E^{к}_{пули} = \frac{mv^2}{2}$$

, где m – масса пули;

v – скорость пули.

Расчёт скорости

Учитывая, что $V_2 = V_1 + \pi r^2 l$ получаем зависимость для скорости от начального давления формулу (1):

$$v = \sqrt{\frac{2p_1\left(V_1 - \left(\frac{V_1}{V_1 + \pi r^2 l}\right)^{\gamma}(V_1 + \pi r^2 l)\right) - 2\pi r^2 l(\gamma - 1)(p_0 - \frac{\rho \pi r^2 l p_1}{2m})}{(\gamma - 1)m}} \quad (1)$$

- P_0 – атмосферное давление;
- p_1 – начальное давление;
- V_1 – объём газа в начале;
- r – радиус трубки;
- l – длина трубки;
- m – масса пули;
- γ – показатель адиабаты;

Нахождение минимального давления

Минимально давление – давление, при котором пуля у конца трубки имеет скорость, равную нулю.

$$0 = \sqrt{\frac{2p_1\left(V_1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} V_2\right) - 2Sl(\gamma - 1)\left(p_0 - \frac{\rho S l p_1}{2m}\right)}{(\gamma - 1)m}}$$

$$p_1 = \frac{p_0 Sl(\gamma - 1)}{\left(V_1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} V_2\right) + \frac{\rho S^2 l^2 (\gamma - 1)}{2m}}$$

Для нашей трубки (r = 3,725 мм, l = 1,41 м) и пули (m = 4,25 г), минимальное начальное избыточное давление составило около 3 кПа.