


# Разрезание воздуха



Сборная Гимназии №29  
Докладчик: Антон Хвалюк

# Условие задачи <sup>2</sup>



Если быстро вращать по окружности кусок веревки (например, нейлоновой) с небольшим грузиком, прикрепленным на ее конце, то возникает характерный звук.

Можете ли вы объяснить это явление?

# План работы

3

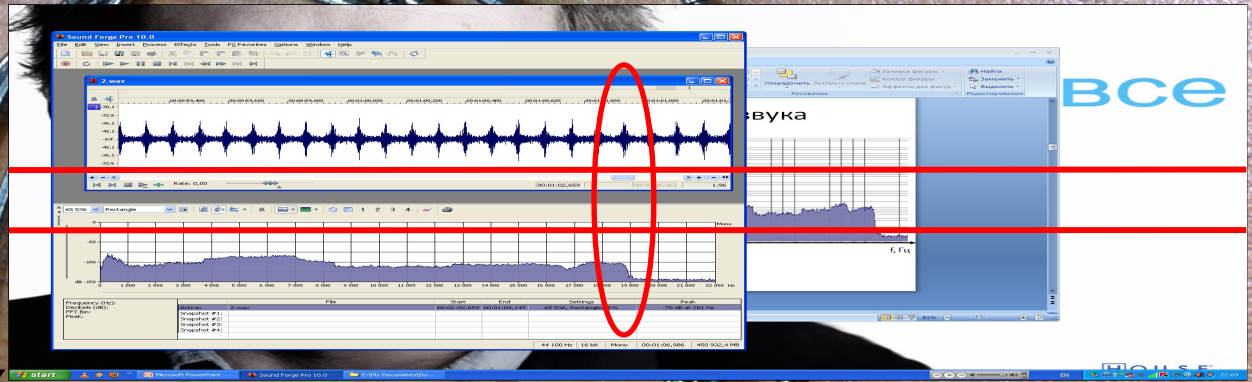
- Качественно объяснить данное явление
  - Найти зависимость различных характеристик издаваемого звука от параметров нити и грузика
  - Объяснить полученные
- 

# Качественное объяснение явления



# Характерные явления

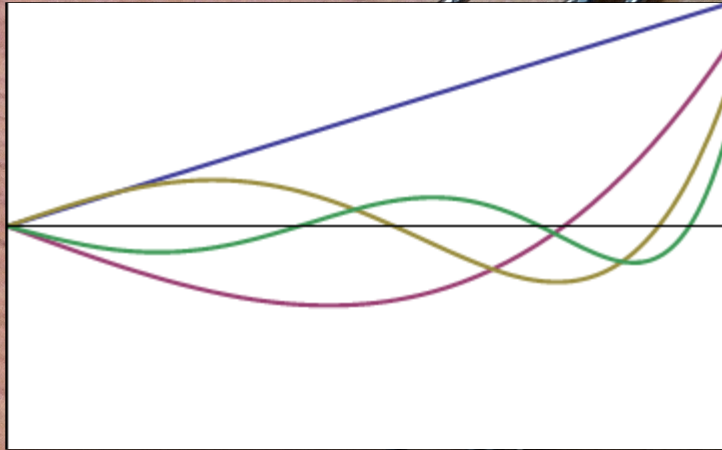
- Появление звука
- Появление характерных пульсаций



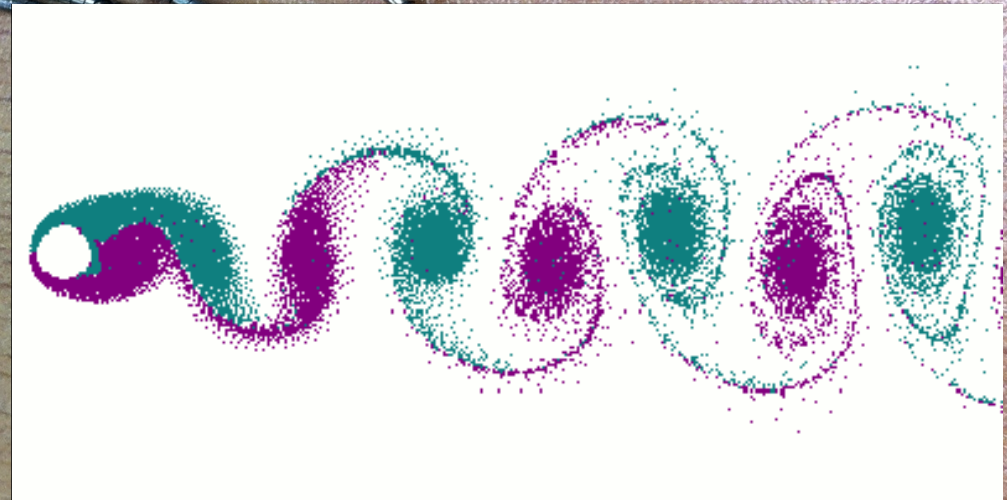
Запись  
звука

# Возможные причины <sup>6</sup> явления

## 1) Возникновение звука



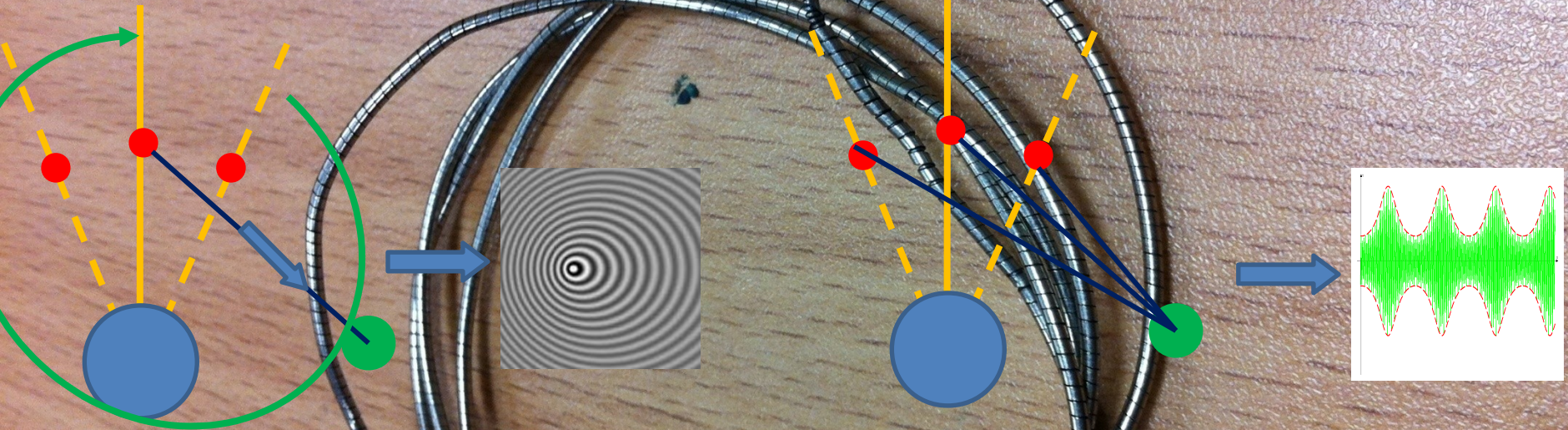
Вынужденные колебания самой нити.



Последовательный отрыв вихрей с поверхности нити («Дорожка Кармана»)

# Возможные причины явления

2) Появление характерных пульсаций



Эффект Доплера  
(Доплеровское смещение)

Изменение затухания  
сигнала с расстоянием

# Обработка данных эксперимента





# Экспериментальная установка

Приводной электромотор

Проволока (нить)

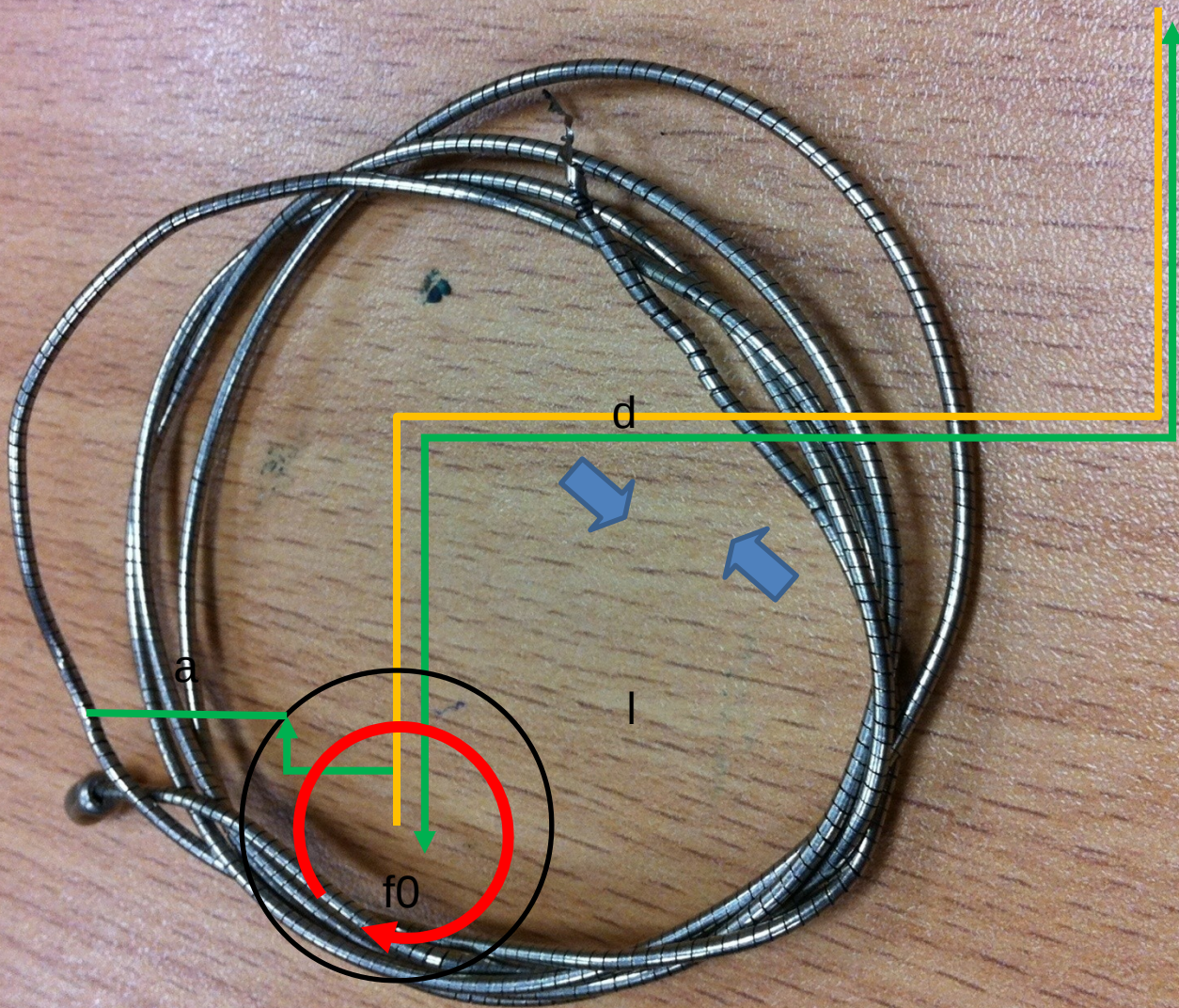
Крепление проволоки/нити



Источник регулируемого напряжения

Микрофон/камера

# Условные обозначения

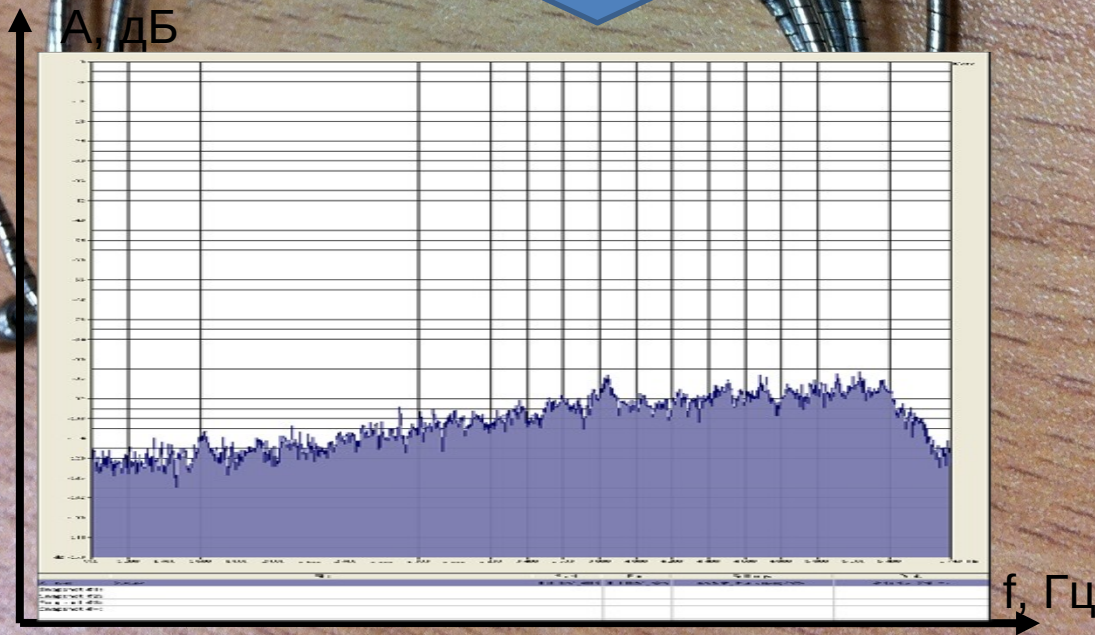
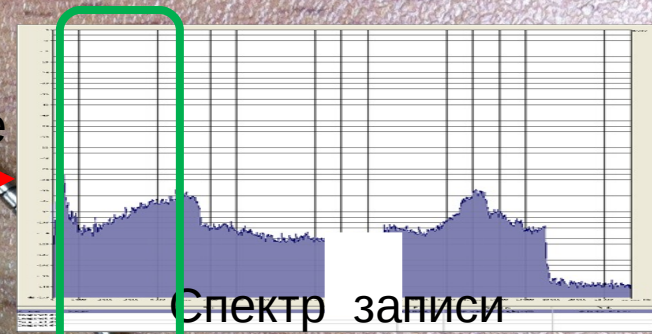


# Определение границ полезного спектра

Практика:  
• Сравнение спектров



сравнение



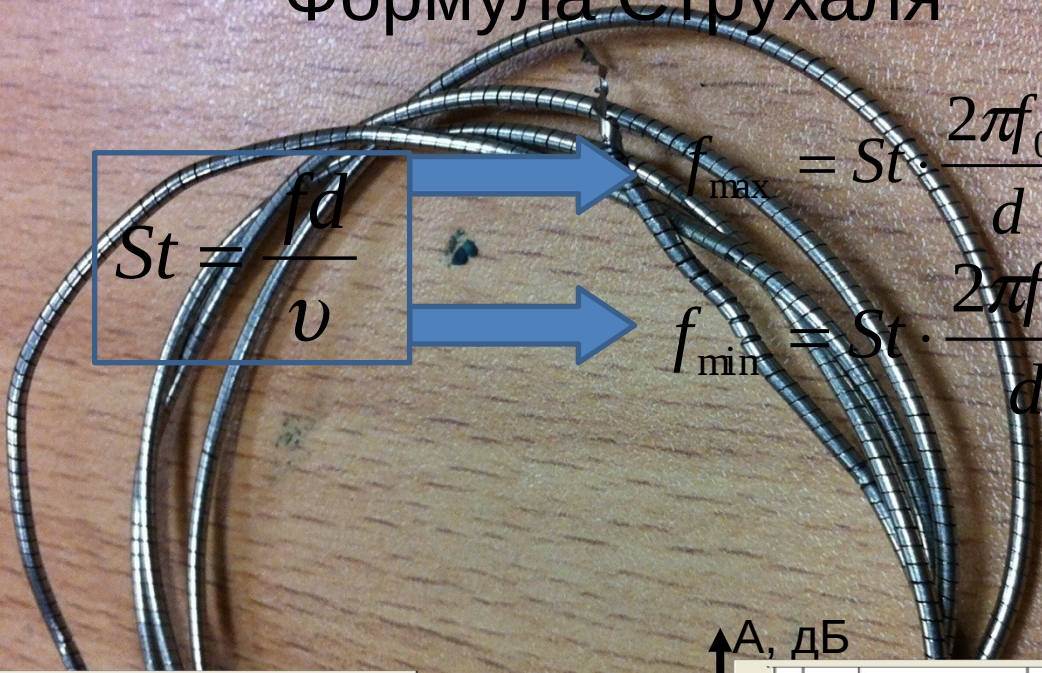
# Частота отрыва вихрей

## Формула Струхала

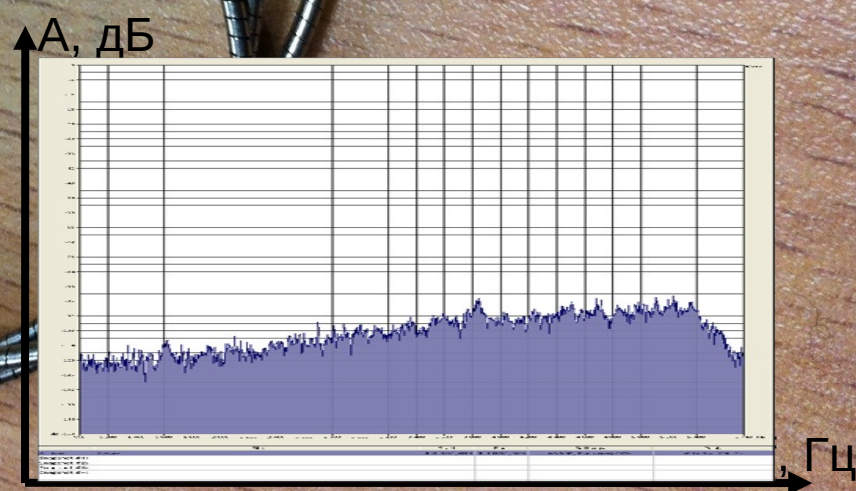
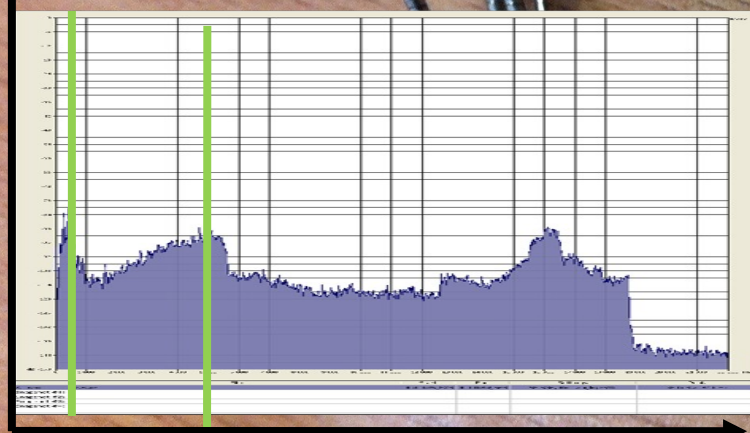
$$St = \frac{fd}{v}$$

$$f_{\max} = St \cdot \frac{2\pi f_0 l}{d}$$

$$f_{\min} = St \cdot \frac{2\pi f_0 a}{d}$$

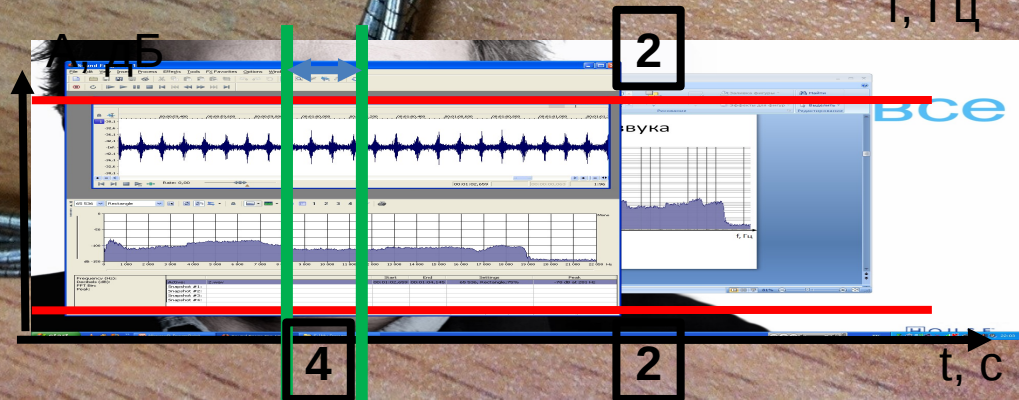
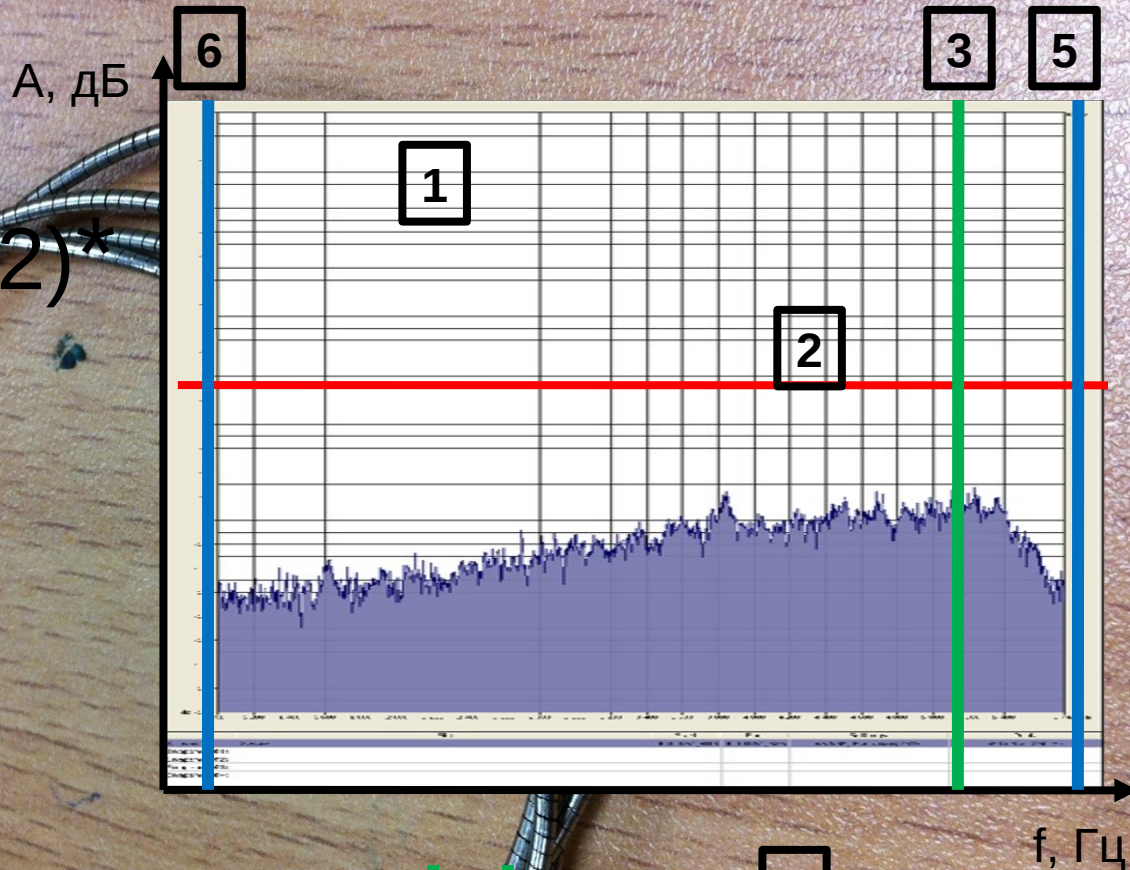


A, дБ  
f=fmin f=fmax

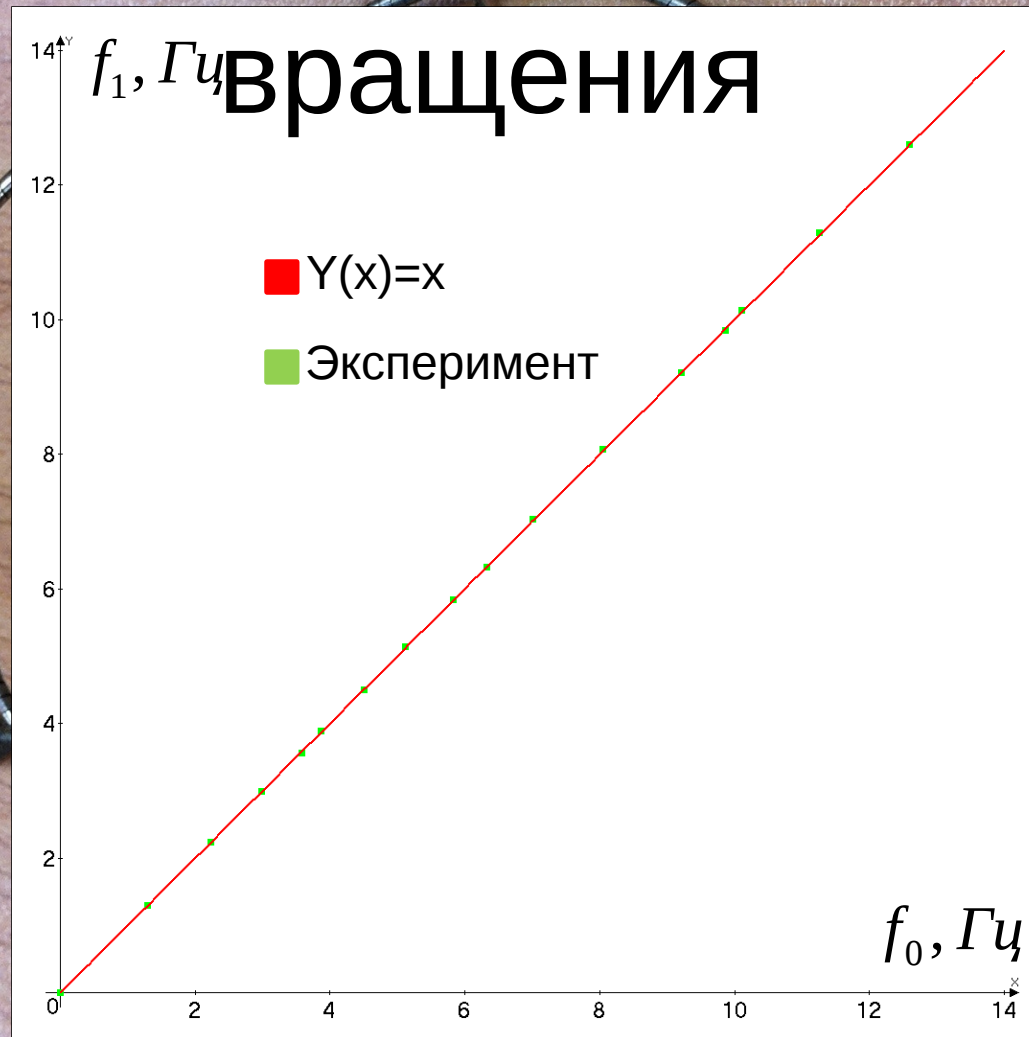


# Характеристики звука

- Спектр звука (1)
- Громкость звука (2)\*
- «Характерная» частота (пик на спектре)(3)\*
- Частота (период) пульсаций (4)
- Максимальная слышимая частота(5)
- Минимальная



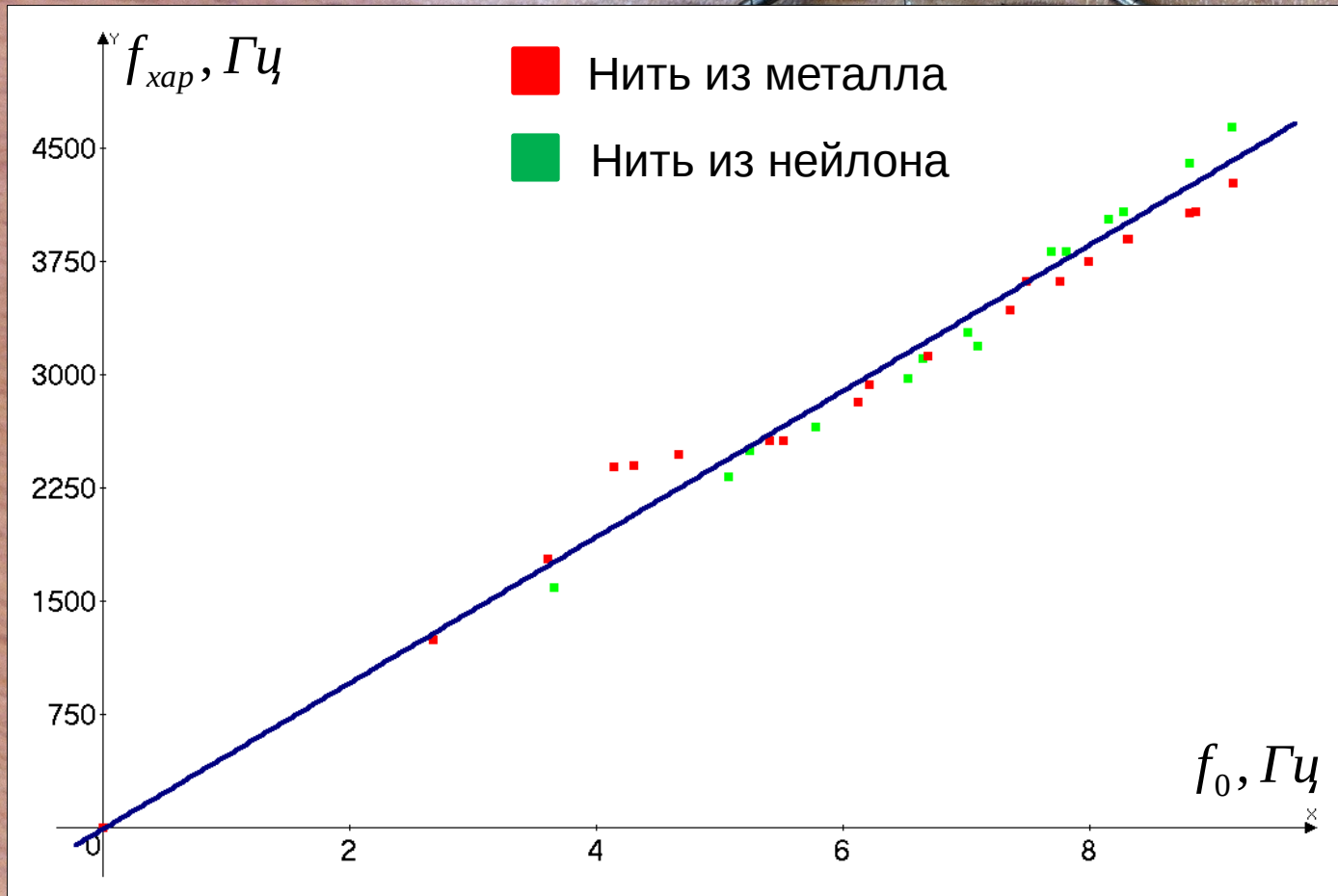
# Зависимость частоты пульсаций от частоты вращения



# Экспериментальная часть



# Характеристики звука<sup>16</sup> при разных материалах нити

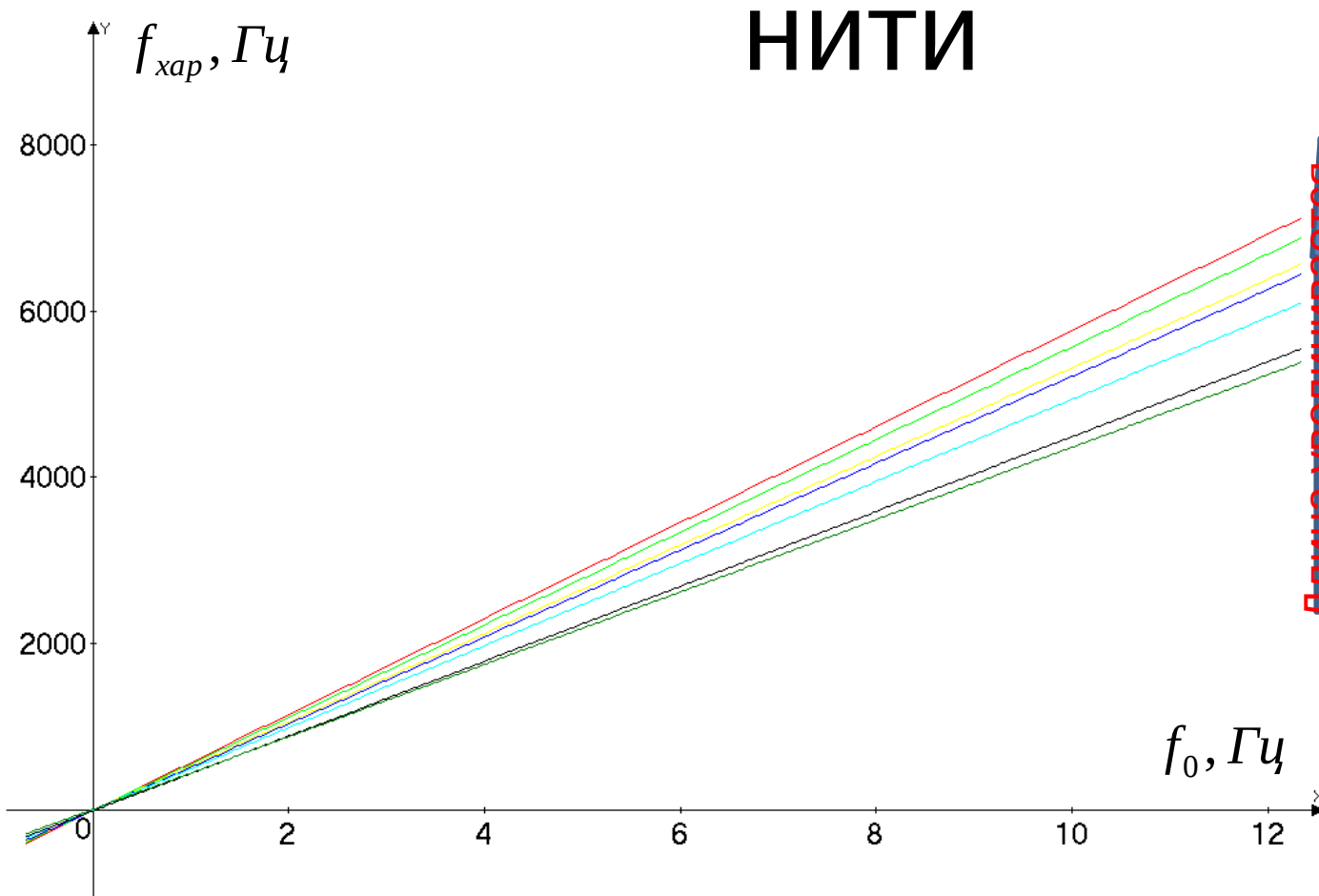


Выводы:

- Материал нити не влияет на звук
- Вынужденные колебания самой нити не влияют/очень слабо влияют на звук.\*

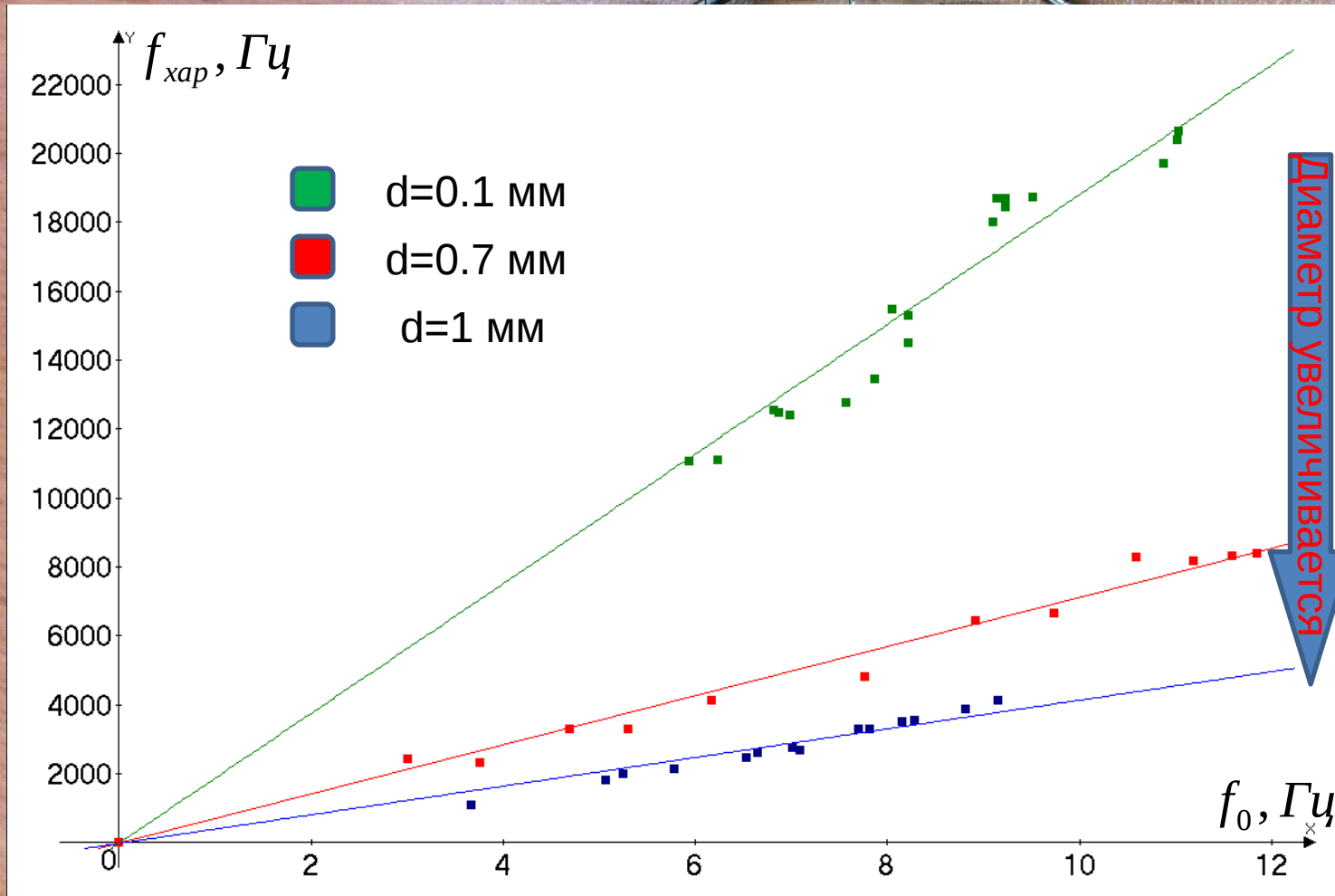


# Зависимость характерной частоты от частоты вращения



С увеличением длины увеличивается максимально возможная частота, а значит и пик спектра тоже смещается в сторону больших частот

# Зависимость характерной частоты от диаметра нити



Диаметр увеличивается

Характерная частота, равно как и максимальная, зависит от диаметра, причем  $f_{хар}(d)$  – функция убывающая

# Влияние на звук грузика

- Распрямление нити (увеличение эффективной длины)
- Прямое влияние на спектр (собственный звук грузика)

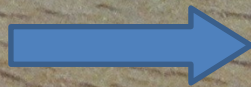


# Влияние на звук грузика

## Распрямление нити

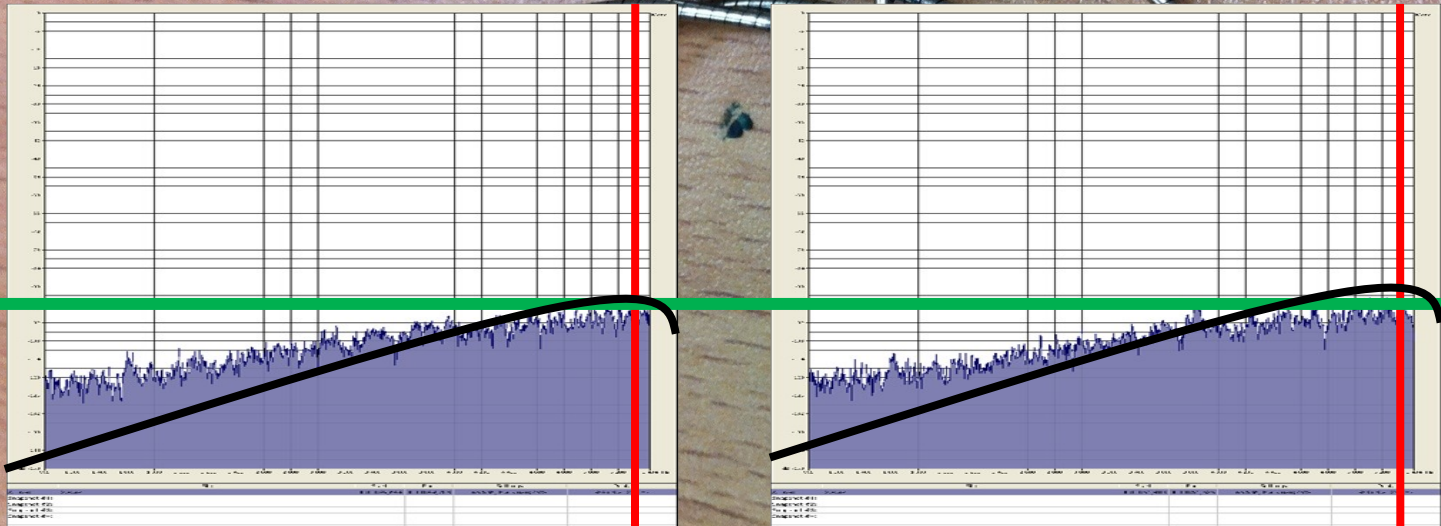


Грузик



# Влияние большого грузика на

Одинаковая **спектр** отбрасывающая



Одинаковая  
громкость  
звука



$f_{хар} \approx 2,5 кГц$

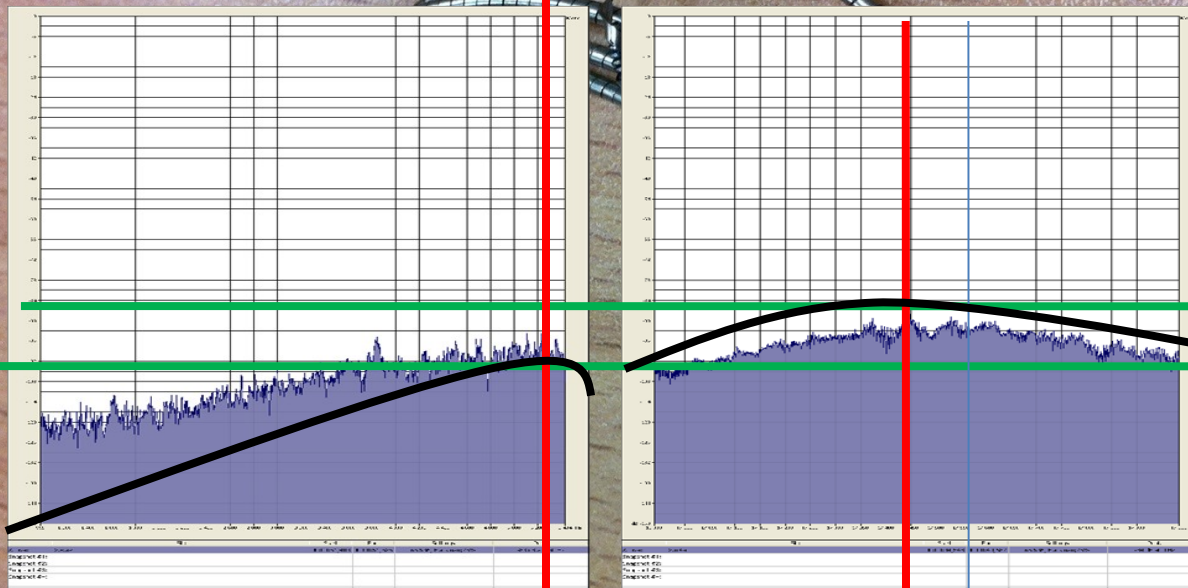
Одинаковая характерная частота

# Влияние маленького грузика на

## Спектр Разные отбрасывающие

Громкость  
звука  
провода  
с  
большим  
грузиком  
меньше

Громкость  
звука  
провода  
с  
маленьким  
грузиком  
больше



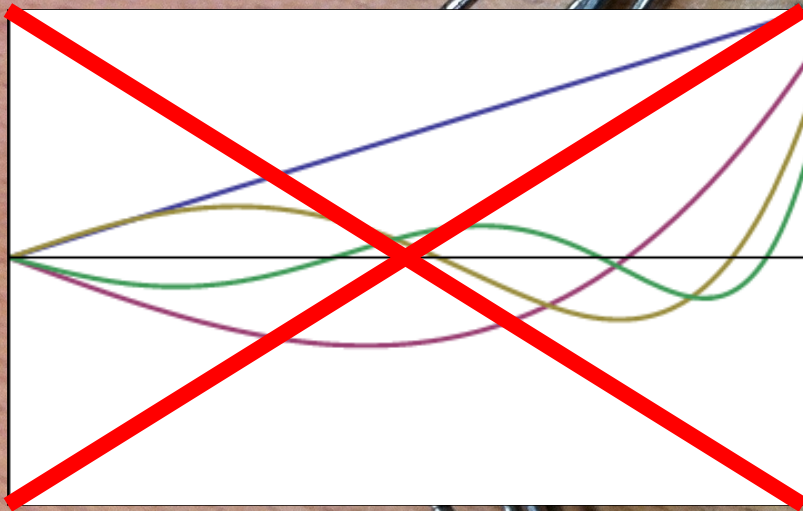
$$f_{\text{хар}} = 2,5 \text{ кГц}$$

$$f_{\text{хар}} = 2,2 \text{ кГц}$$



Разные характерные частоты

# Итоговые причины звука



Вынужденные колебания  
самой нити.



Последовательный отрыва  
вихрей с поверхности нити  
(«Дорожка Кармана»)

# Построение теоретической модели





# Основные положения теории

- Угловая скорость нити постоянна
- Звук объясняется последовательным отрывом вихрей с поверхности нити (дорожка Кармана)
- Частота отрыва вихрей совпадает с частотой издаваемого участком нити звука
- Влиянием силы тяжести на угловую скорость можно пренебречь
- На образование вихрей идет энергия, уносимая турбулентным течением



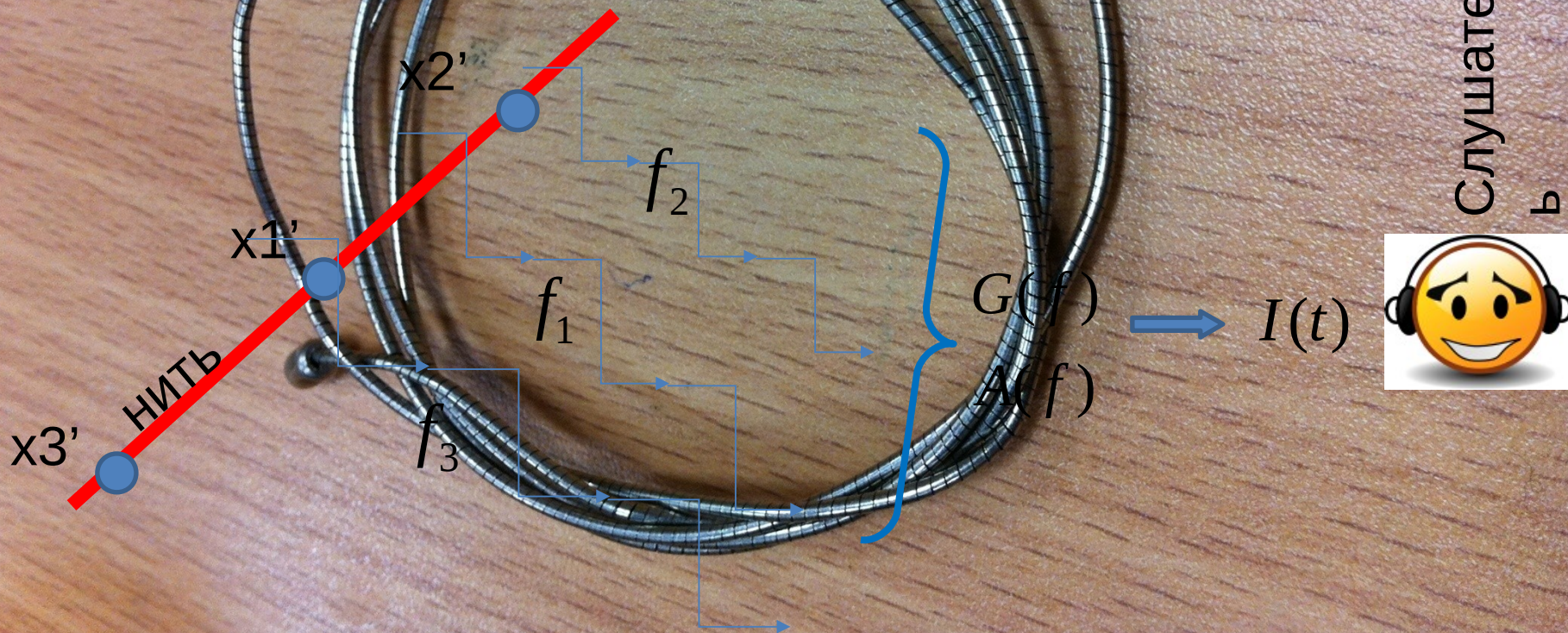
Вид сбоку

$$\omega_0 = const$$

$$St = \frac{fd}{v} \approx const = 0,2$$

# Условные обозначения характеристик звука


- $f(x')$  – частота, издаваемая малым участком нити;  
 $G(f)$  – спектральная плотность (спектр звука);  
 $I(t)$  – интегральная интенсивность звука;  
 $A(f)$  – функция распределения амплитуд по частотам;



Слушатель  
ь



# Энергия турбулентного течения


$$E_{\text{сопр}} = \frac{1}{2} C S \rho v^2$$

Турбулентное течение газа

$$\Delta P = \frac{kC}{2} \rho v^3 \Delta S$$

Рассеиваемая мощность

# Связь интенсивности с мощностью

$$\Delta I = \frac{\Delta P}{S_0}$$

$$\Delta P = \frac{kC}{2} \rho v^3 \Delta S$$

$$\Delta S = \pi d \cdot \Delta x'$$

$$S_0 = 4\pi r^2$$

Интенсивность есть энергия, переносимая за единицу времени через площадку единичной площади, затрачиваемая на образование вихрей в единицу времени. Площадь лобового сечения малого участка нити

Суммарная площадь, на которую распространяется

Дифференциальный вид

$$G(f) = \frac{dI}{df}$$

$$\frac{kC}{2} \rho d v^3 \cdot dx' = 4\pi r(x', t)^2 \cdot dI$$

$$x' = \frac{fd}{St \cdot 2\pi f_0}$$

# Учет влияния эффекта Доплера

$$G(f + \Delta f) = F(f)$$

$\Delta f$  – изменение частоты за счет Доплеровского смещения

Справедливо для любого  $f$

$$G(f) = F(f - \Delta f)$$



# Характерная частота<sup>30</sup>

$f_{\text{хар}}$  – действительное\*  
решение уравнение  
вида:

$$\frac{\partial G(f)}{\partial f} = 0$$

$$G(t) \neq \text{const}$$

$$G_{\text{cp}}(f) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} G(f, t) dt$$

$$\left. \frac{\partial G_{\text{cp}}(f)}{\partial f} \right|_{f=f_{\text{хар}}} = 0$$

# Сравнение результатов теоретической модели и эксперимента\*



# Сравнение эксперимента и теории. Частоты

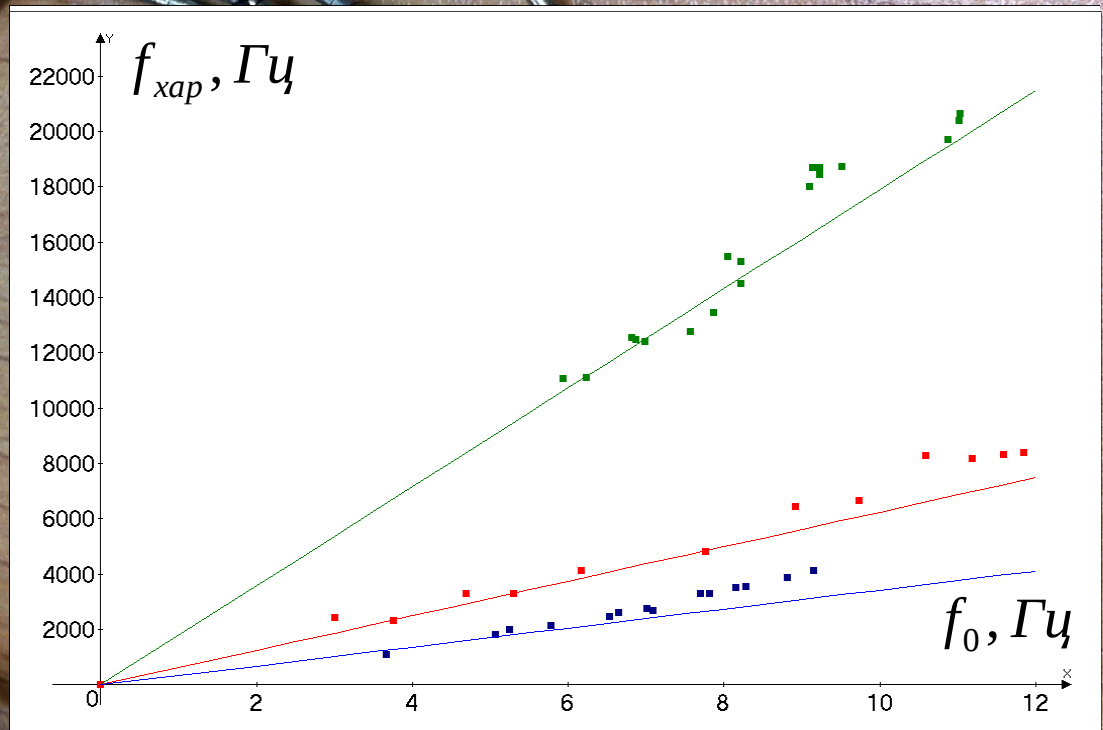
- Максимальная частота
- Минимальная частота
- Характерная частота

$$f_{\max} = St \cdot \frac{2\pi f_0 l}{d}$$

$$f_{\min} = St \cdot \frac{2\pi f_0 a}{d}$$

$$f_{\text{хар}} = \alpha \cdot St \cdot \frac{2\pi f_0}{d}$$

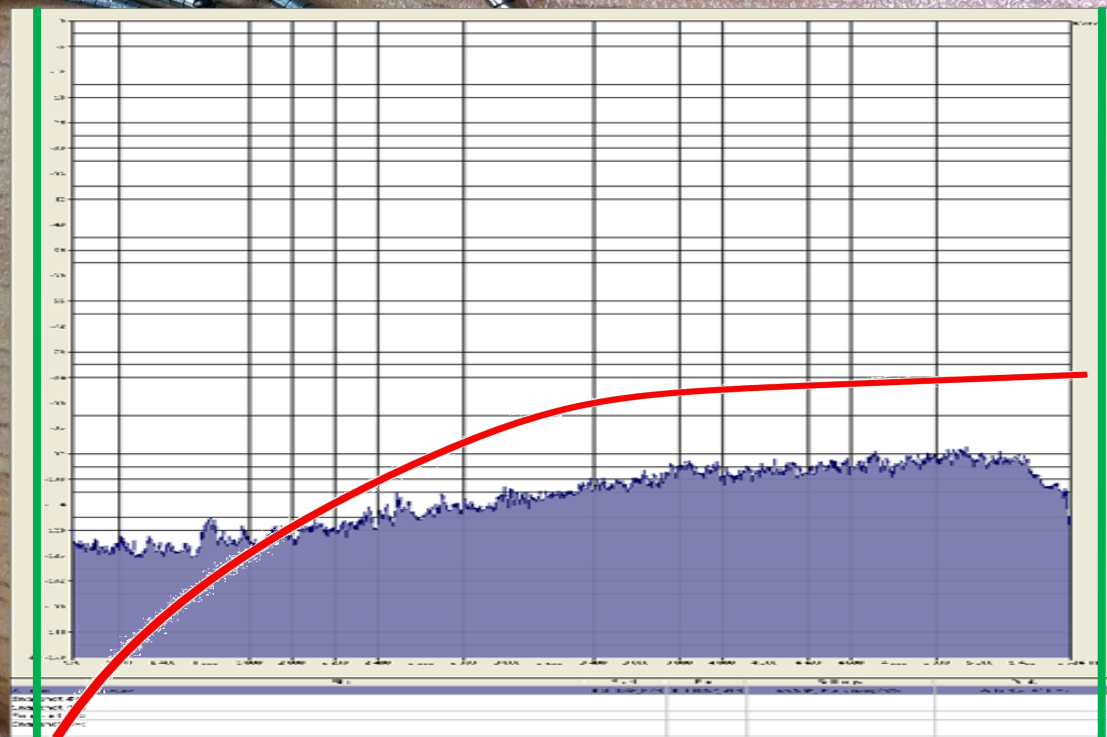
$$\alpha = F(x_1, y_1, z_1)$$





# Сравнение эксперимента и теории. Спектр

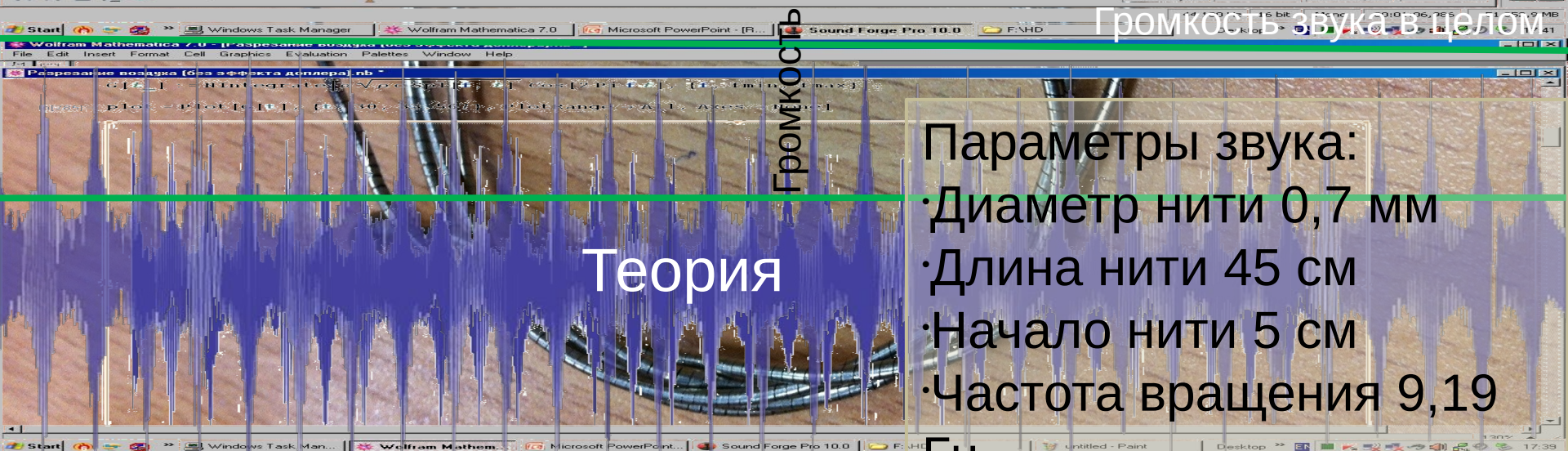
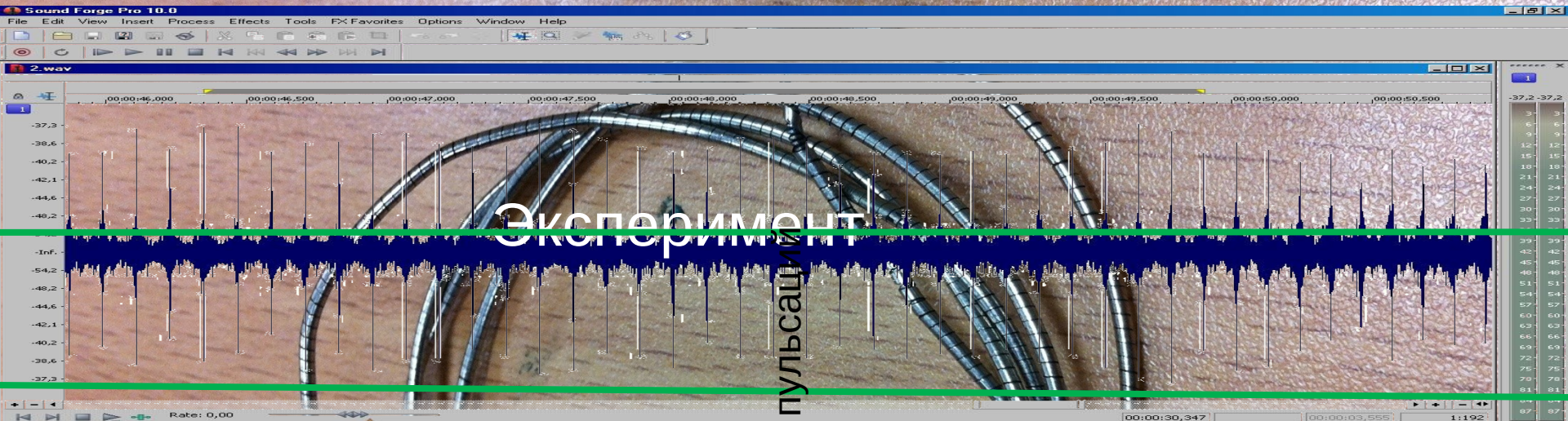
- Экспериментальный спектр
- Теоретический спектр



$$f_{\min} = 0,83 \text{ кГц}$$

$$f_{\max} = 7,4 \text{ кГц}$$

# Сравнение эксперимента и теории. Звук



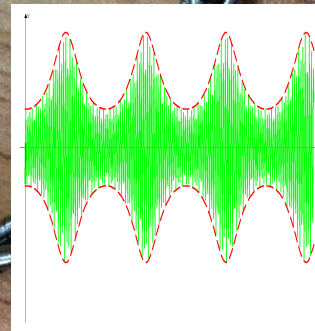
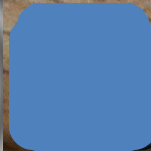
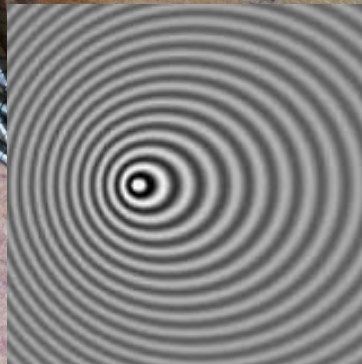
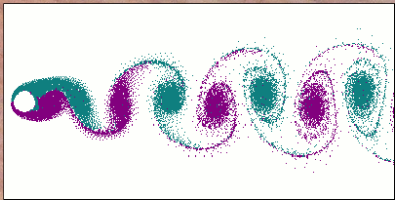
Параметры звука:

- Диаметр нити 0,7 мм
- Длина нити 45 см
- Начало нити 5 см
- Частота вращения 9,19

Гц

# Качественные выводы

- Звук появляется за счет последовательного отрыва вихрей с поверхности нити («Дорожка Кармана»)
- Характерные пульсации появляются вследствие суммарного воздействия эффекта Доплера и изменения затухания сигнала с расстоянием



# Количественные выводы

- Частотные характеристики каждого участка нити, равно как и нити в целом, определяются соотношением Струхала
- Характерная частота определяется положением слушателя а также линейными размерами нити, параметрами вращения
- Вид спектра определяется частотой вращения и параметрами

$St = \frac{fd}{v}$  = Нал [ ] ие (х, р) [ ] ка лишь д [ ] ет [ ]  
собственный звук грузика, зависящий



# Спасибо за внимание!

А также мы не успели рассказать вам про...

1. Недостатки ручного привода
2. Исследование движения нити
3. Изменяемые величины
4. Гармоники вращающейся струны
5. Свойства характерной частоты
6. Вывод формулы для расстояния
7. Рассмотрение Доплеровского эффекта
8. Обработка спектра
9. Обработка данных
10. Полная зависимость характерной частоты от частоты вращения
11. Зависимость характерной частоты от положения слушателя
12. Преобразования для сравнения
13. Переход от координаты  $x'$  к частоте
14. Погрешности
15. Используемая система координат
16. Способ расчета звукового

# Недостатки ручного привода

·Смещение точки отсчета

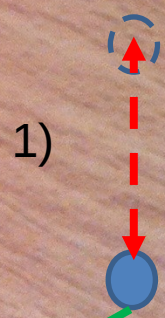
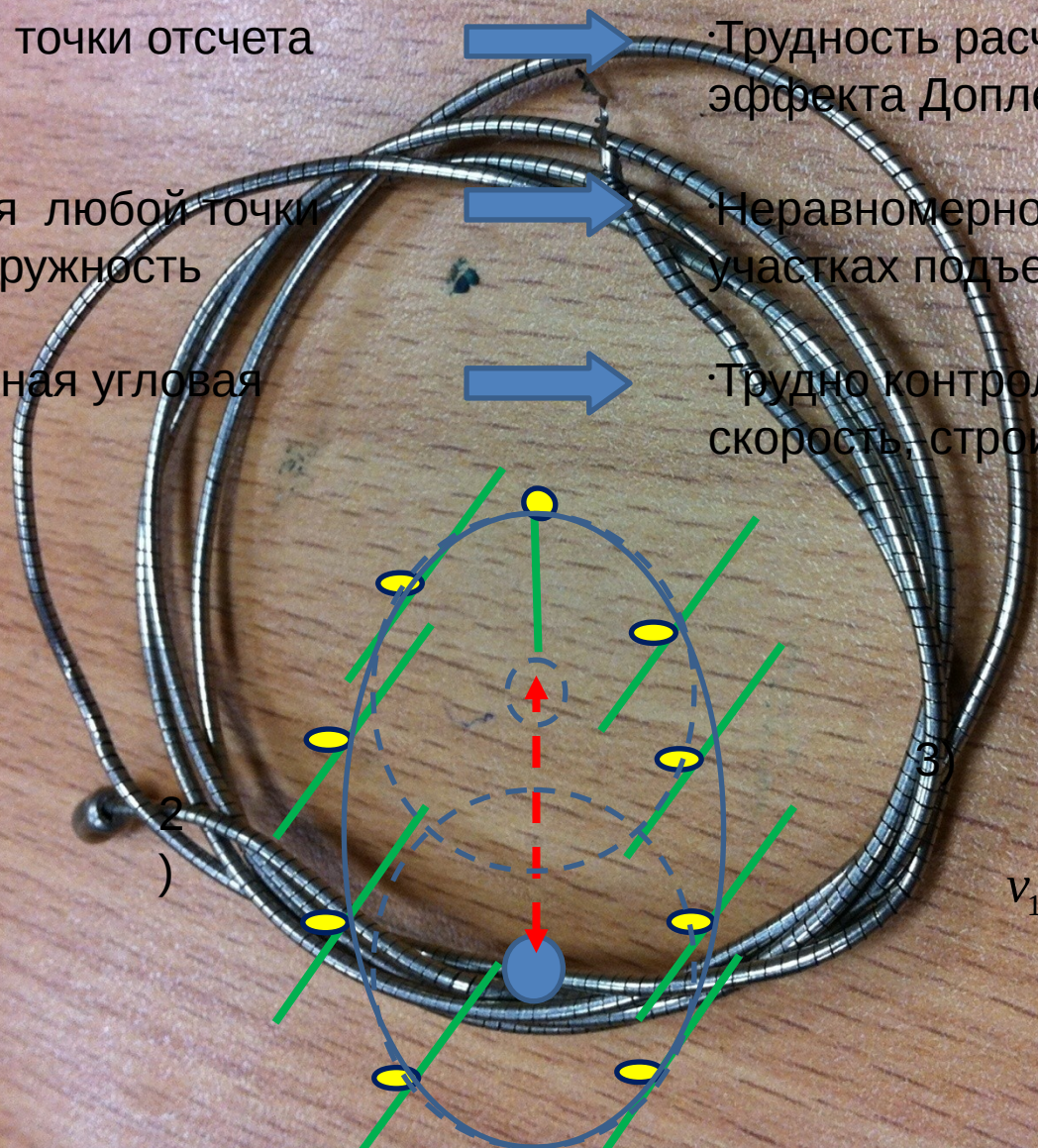
·Траектория любой точки нити не окружность

·Непостоянная угловая скорость

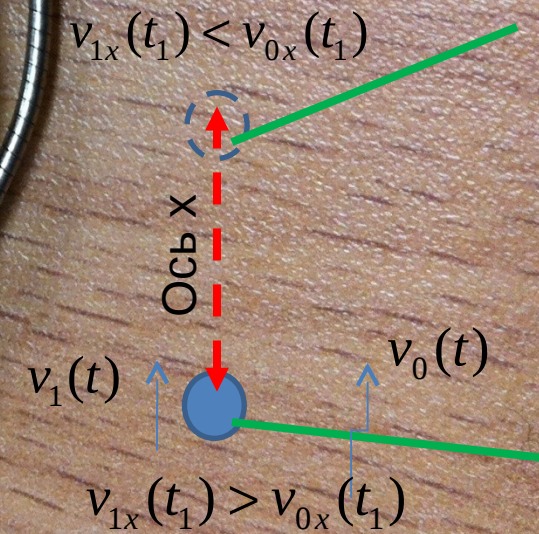
·Трудность расчета влияния эффекта Доплера

·Неравномерное движение на участках подъема/спуска ( $a \gg g$ )

·Трудно контролировать угловую скорость, строить зависимости



2)

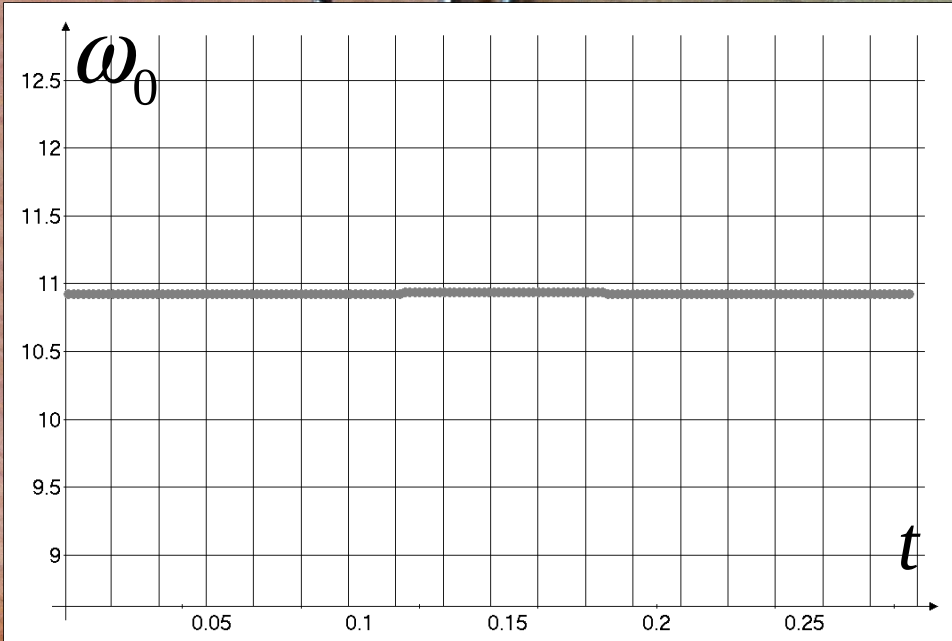
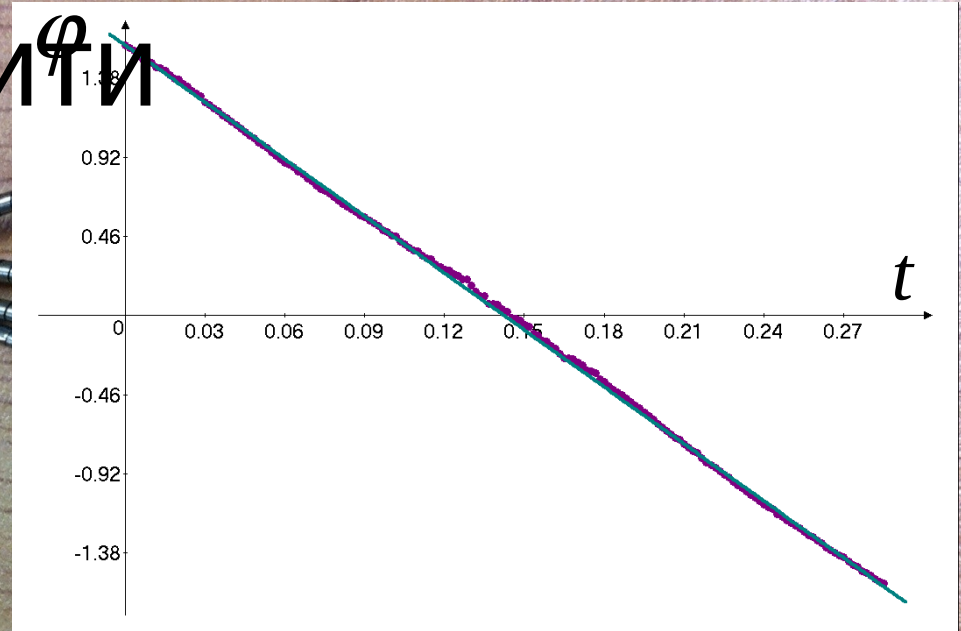


# Рассмотрение движения

нити  $\varphi$

$$\varphi = \varphi_0 - \omega_0 t$$

$$\omega_0 = \text{const}$$



600 кадров в секунду!

# Рассмотрение колебаний самой

$$f = f_0 \sqrt{(n+1)(2n+1)}$$

Мощность звука уменьшается с каждой гармоникой

$P(f)$  Функция убывающая

$$f_{10} = 0 \quad f_0 = 0 \text{ Гц}$$

$$f_{11} = 2,236 f_0 = 26.832 \text{ Гц}$$

Первые 5 значений частот:  $f_{12} = 3,742 f_0 = 44.904 \text{ Гц}$

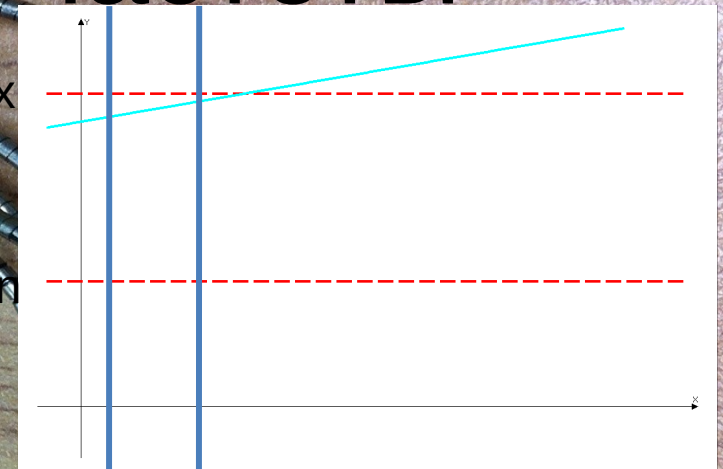
$$f_{13} = 5,196 f_0 = 62.352 \text{ Гц}$$

$$f_{14} = 6,633 f_0 = 79.596 \text{ Гц}$$

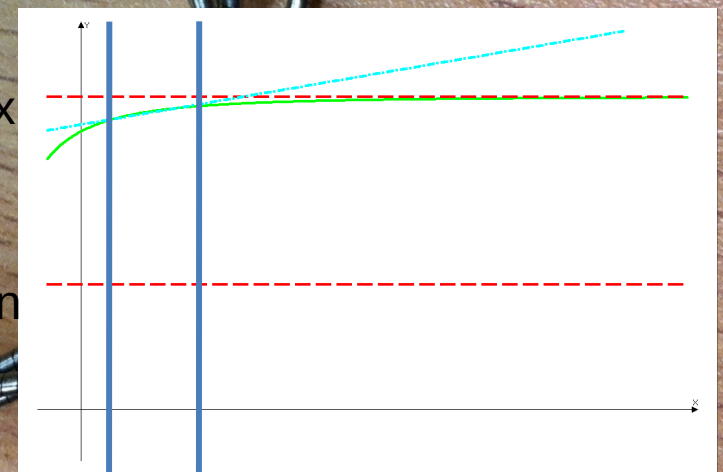


# Математические свойства характерной частоты

- Экспериментально  
получаема только на  
небольших  
расстояниях от нити;
- Теоретически будет  
стремиться к  
максимальной  
частоте при  $r \rightarrow \infty$ ;



$r=r_{min}=r_{max}$



$r=r_{min}=r_{max}$

# Пример описания нити

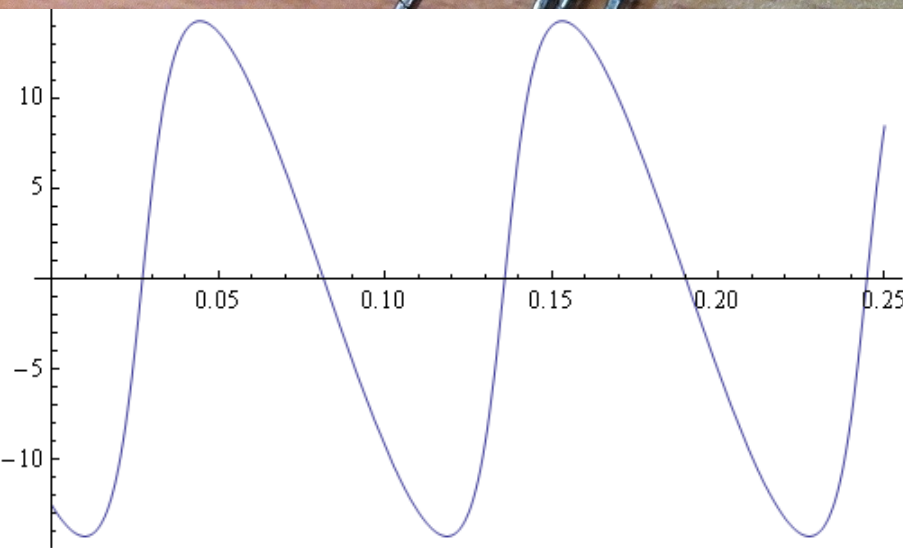


# Влияние эффекта Доплера

43

Проекция скорости, направленная на слушателя

$$v = \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{w_0 x (z_1 \sin(w_0 t) - x_1 \cos(w_0 t))}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + x'^2} - 2x'(z_1 \cos(w_0 t) + x_1 \sin(w_0 t))}$$



$$v_{\max} = 19 \text{ м/с}$$

$$\frac{v_{\max}}{c} = 0.057$$



$$f_d = f \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

Возврат

# Улучшение качества спектра

44



Тип помех	Способ борьбы
Низкочастотные помехи электродвигателя	Ручное удаление помех
Высокочастотные помехи электродвигателя	Фильтр высоких частот
Фоновый шум	Шумоподавитель

# Обработка данных<sup>45</sup>

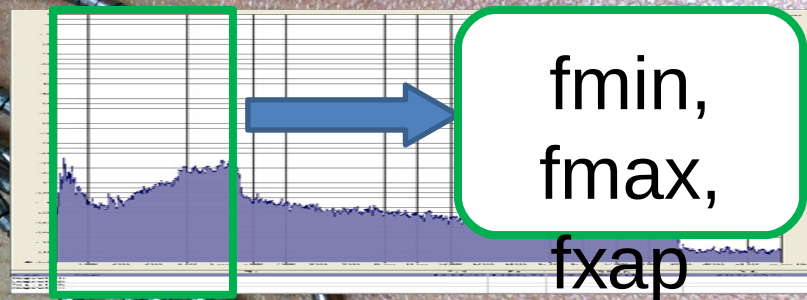
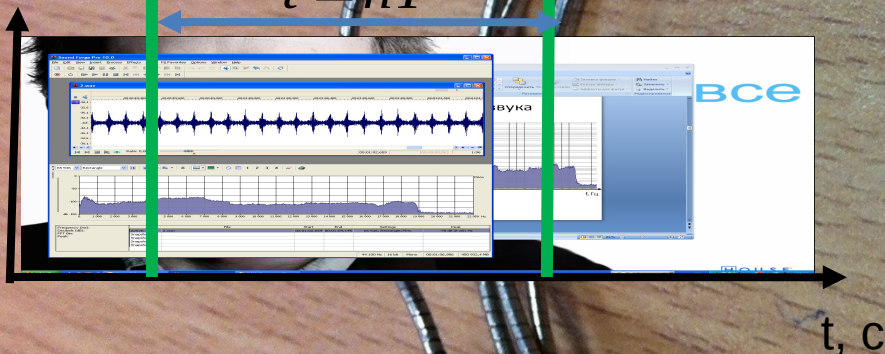
## Обработка записи

## Обработка спектра\*

Определение характеристик звука

Получение частоты вращения:  
Частота вращений равна частоте пульсаций

$$t = nT$$

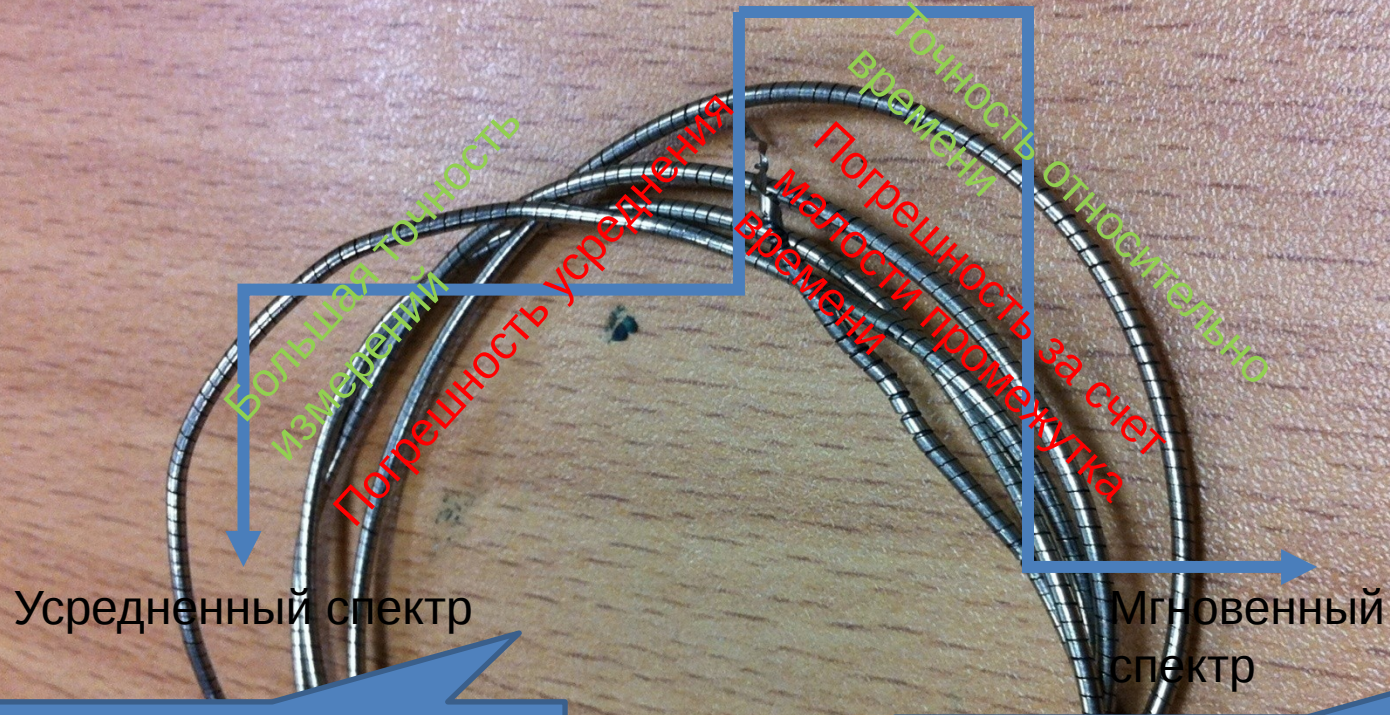


Спектр

\*

Возврат

# Использование спектра



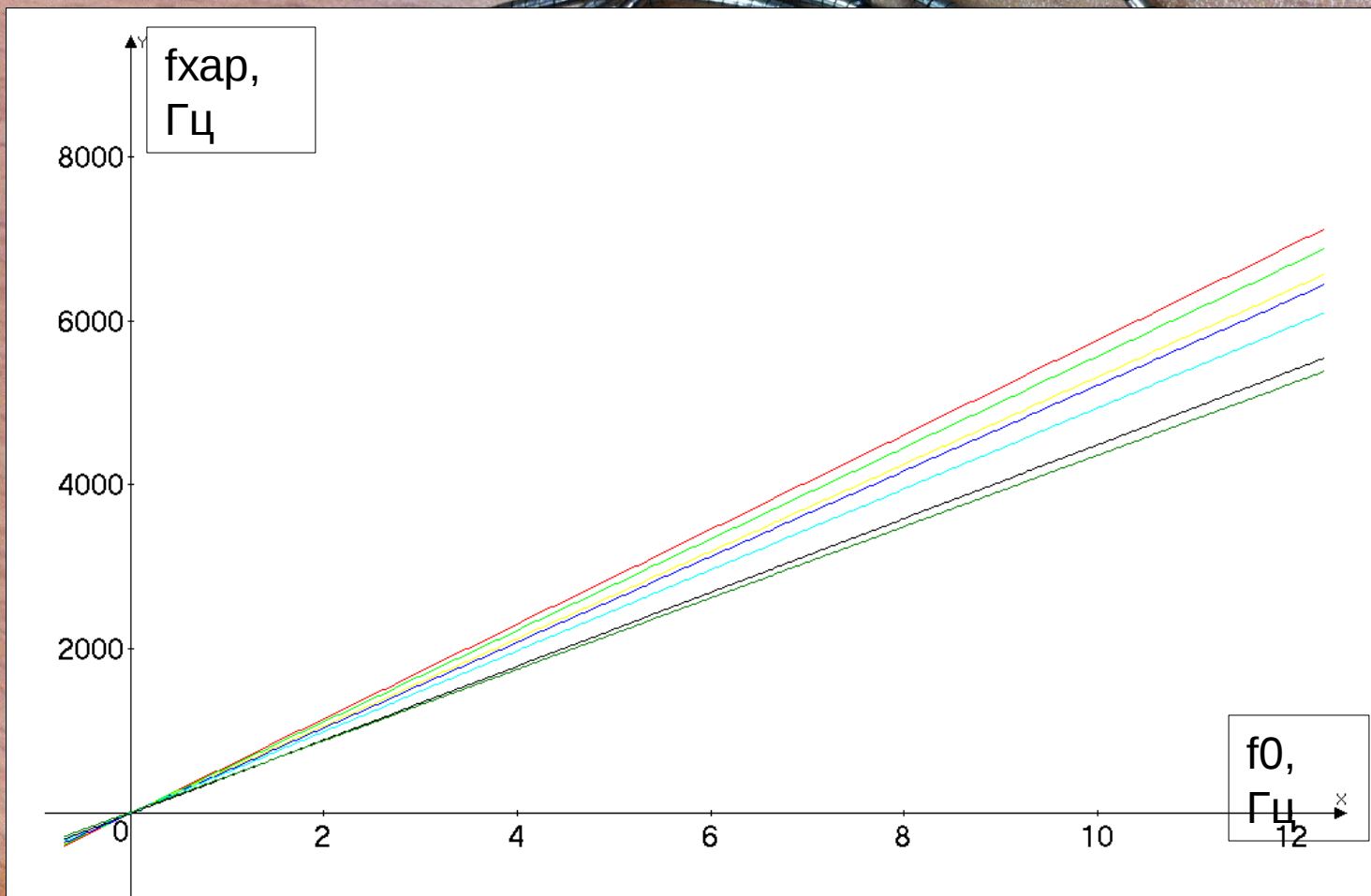
Получение  
характерной частоты  
для зависимостей

Получение  
непосредственно  
спектра колебаний

# Зависимость характерной частоты от частоты вращения

С увеличением длины увеличивается максимально возможная частота, а значит и пик спектра тоже смещается в сторону больших частот

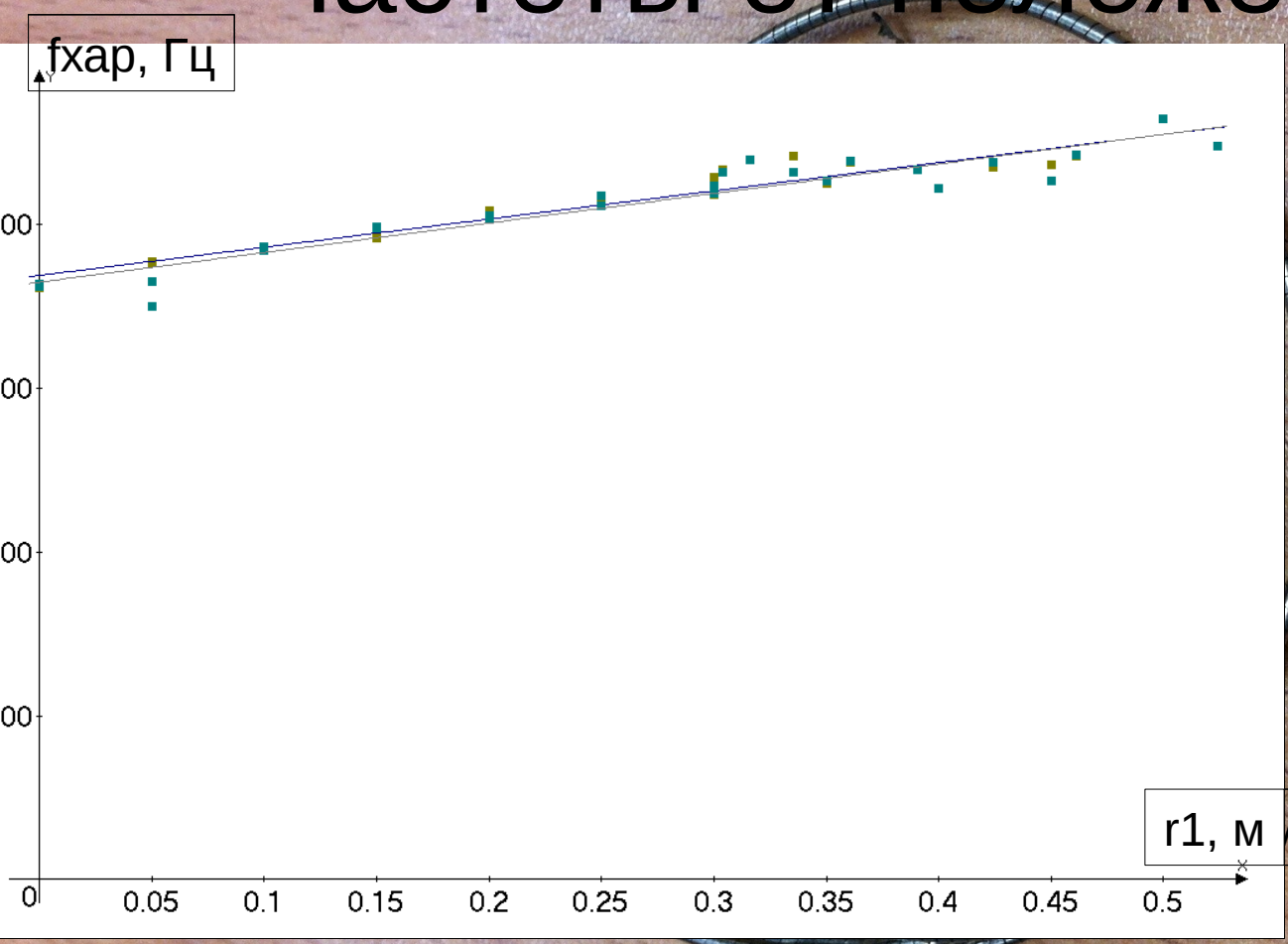
НИТИ



$V = 60 \text{ м/с}$

Возврат

# Зависимость характерной частоты от положения

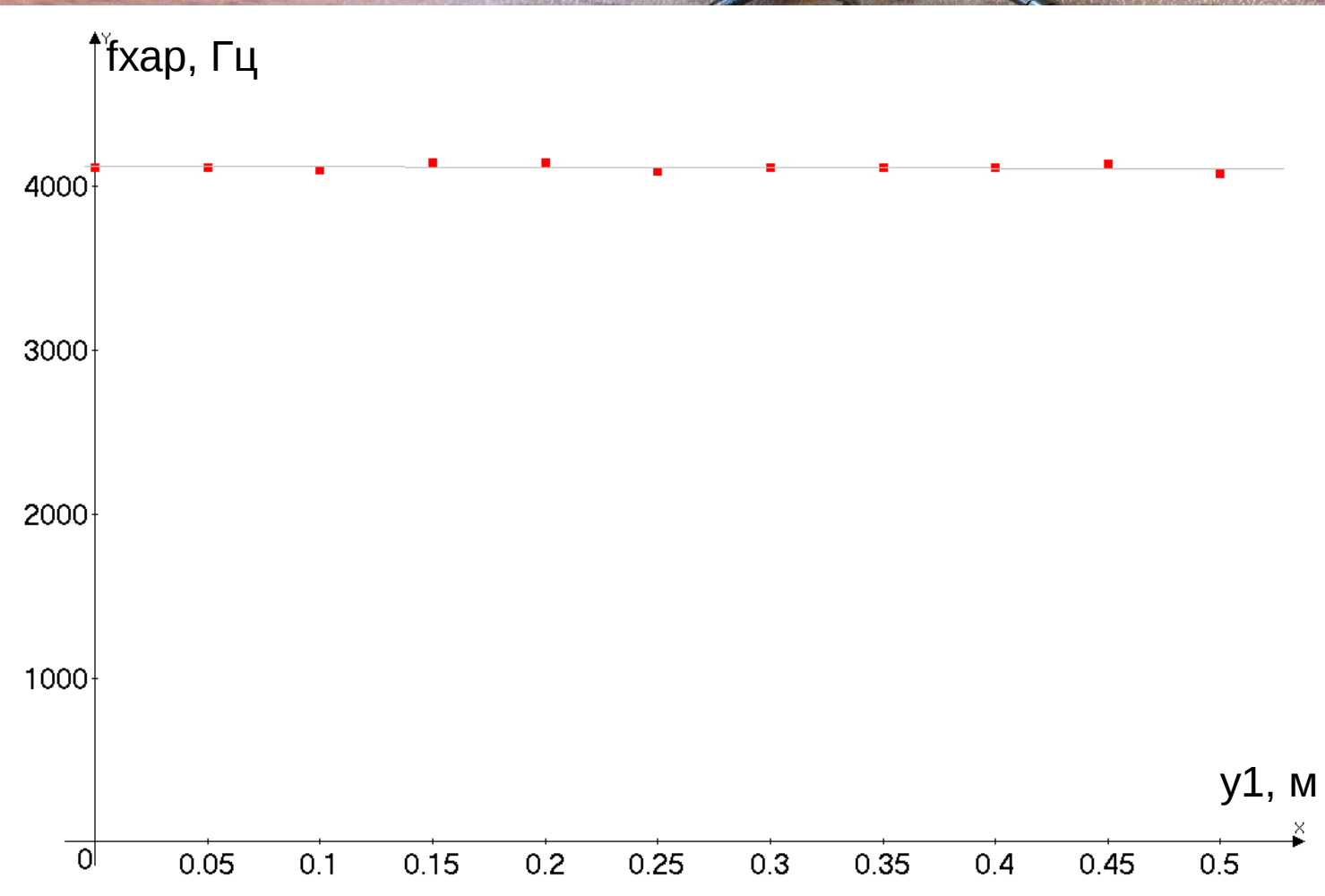


Относительно оси у (той, что проходит через ось мотора), координаты x, z можно рассматривать как идентичные. Можно заменить их цилиндрической системой координат



# Зависимость характерной частоты от положения

49



Показатель  $y_1$  не изменяет относительное распределение частот – он лишь определяет общий уровень спектра. Можно охарактеризовать как расстояние до плоскости вращения

# Преобразование теоретических

Теория

Эксперимент

$$F(f, t, x') \text{ ДАННЫХ } \lg \frac{(F_1 + F(f, t, x'))^n}{F_0}$$

$$A(f, t, x') = \lg F(f, t, x')$$

$$n \log_{10} (F_1 + F(f, t, x')) + C$$

$C = \lg(F_0)$  — смещение величины по оси Y

$n$  — коэффициент наклона графика

$F_1$  — смещение графика по оси Y

Эксперимент

T

Константы  $n, C, F_1$

Сравнение


Теория

Возврат

# Связь спектра с интенсивностью <sup>51</sup>

$$G(f) = \frac{dI}{df}$$

$$f(x') = St \cdot w_0 \frac{x'}{d}$$

$$G(f, t) = \frac{dI}{dx'} \frac{dx'}{df} = \frac{dI(t)}{dx'} \frac{d}{St \cdot w_0}$$


$$\left[ \frac{\partial I(x', t)}{\partial x'} = \frac{\partial I\left(\frac{fd}{St \cdot w_0}, t\right)}{\partial\left(\frac{fd}{St \cdot w_0}\right)} \right]$$

$$G(f) = \frac{kC}{8} \rho w_0^3 d \frac{\left(\frac{fd}{St \cdot w_0}\right)^3}{r^2 \left(\frac{fd}{St \cdot w_0}, t\right)}$$

# Возможные погрешности и их

Погрешности

причины

- Линейность зависимостей в наших пределах измерений

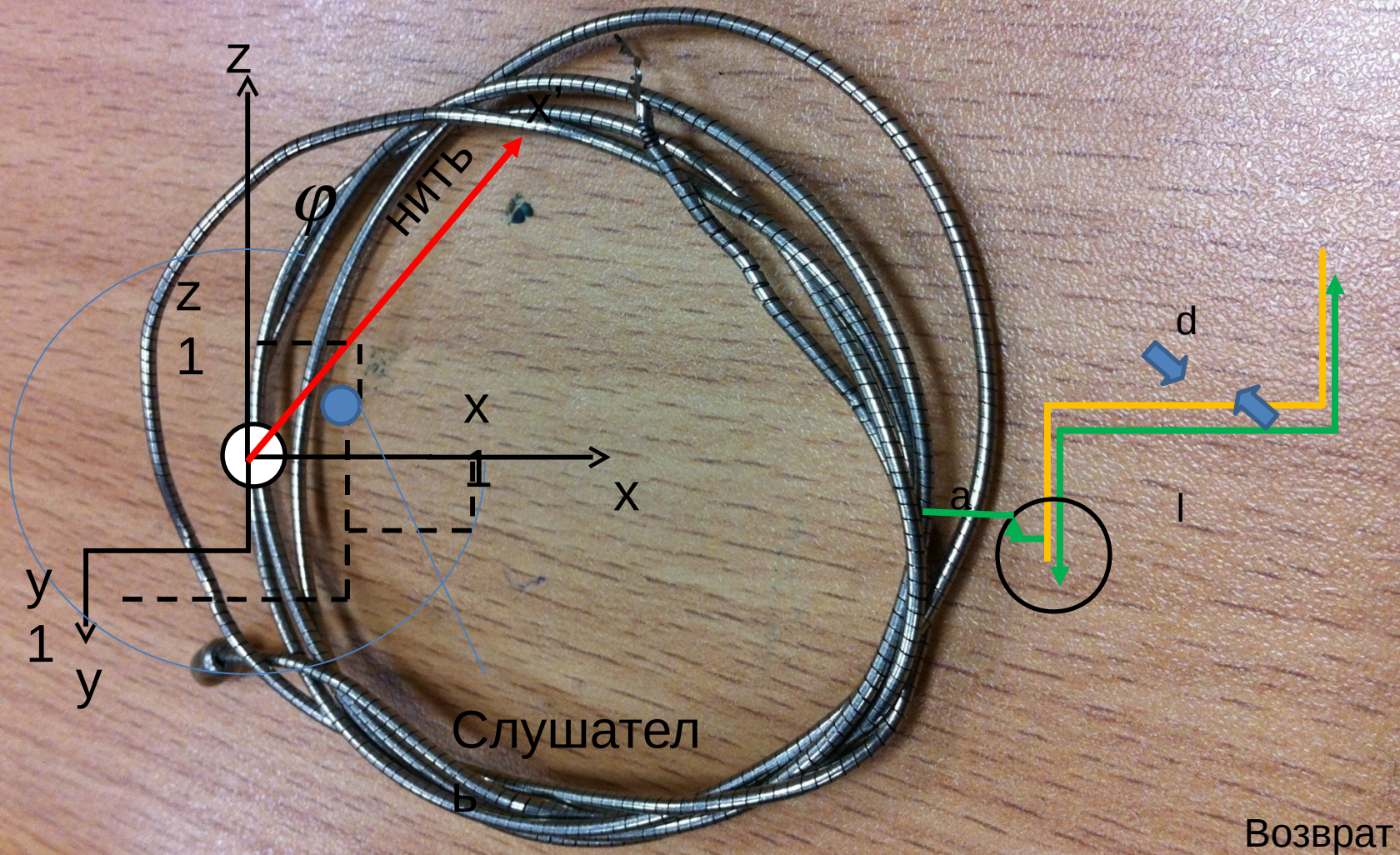
Возможные причины Отклонение спектра от теоретического

- Разница между теоретическим и практическим линейным спектром
- Несовершенство программных алгоритмов для разложения в ряд Фурье
- Малость промежутка времени для усреднения спектра
- Амплитудно-частотная характеристика микрофона имеет сложный вид
- Фоновые шумы и помехи
- Случайные погрешности

Возврат

# Условные обозначения

53



# Связь спектра и звукового давления

Математическое определение преобразования Фурье

$$p(t) = \int_0^{\infty} A(f) \cos(2\pi f \cdot t + \varphi(f)) df$$

$$A(f) \sim \sqrt{G(f)} \quad f_{\min} = St \cdot \frac{2\pi f_0 d}{d} \quad f_{\max} = St \cdot \frac{2\pi f_0 l}{d}$$

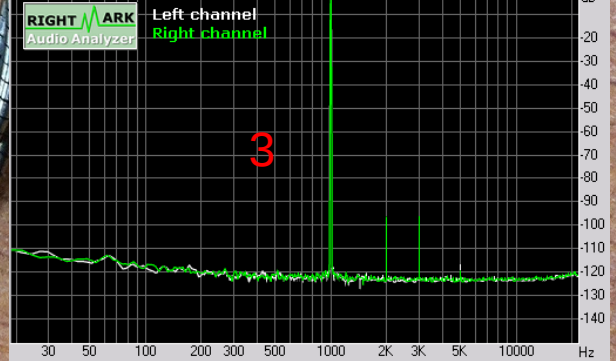
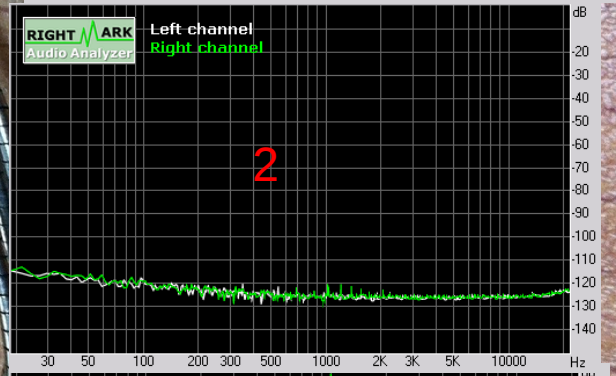
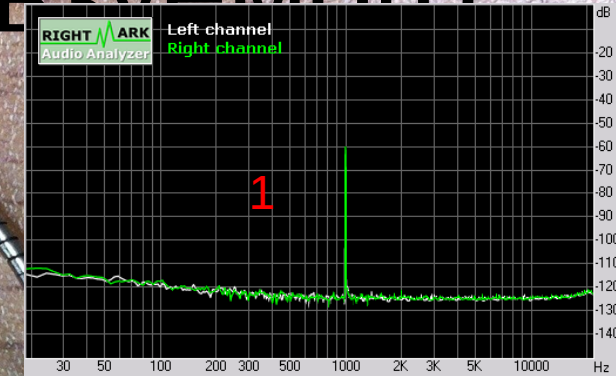
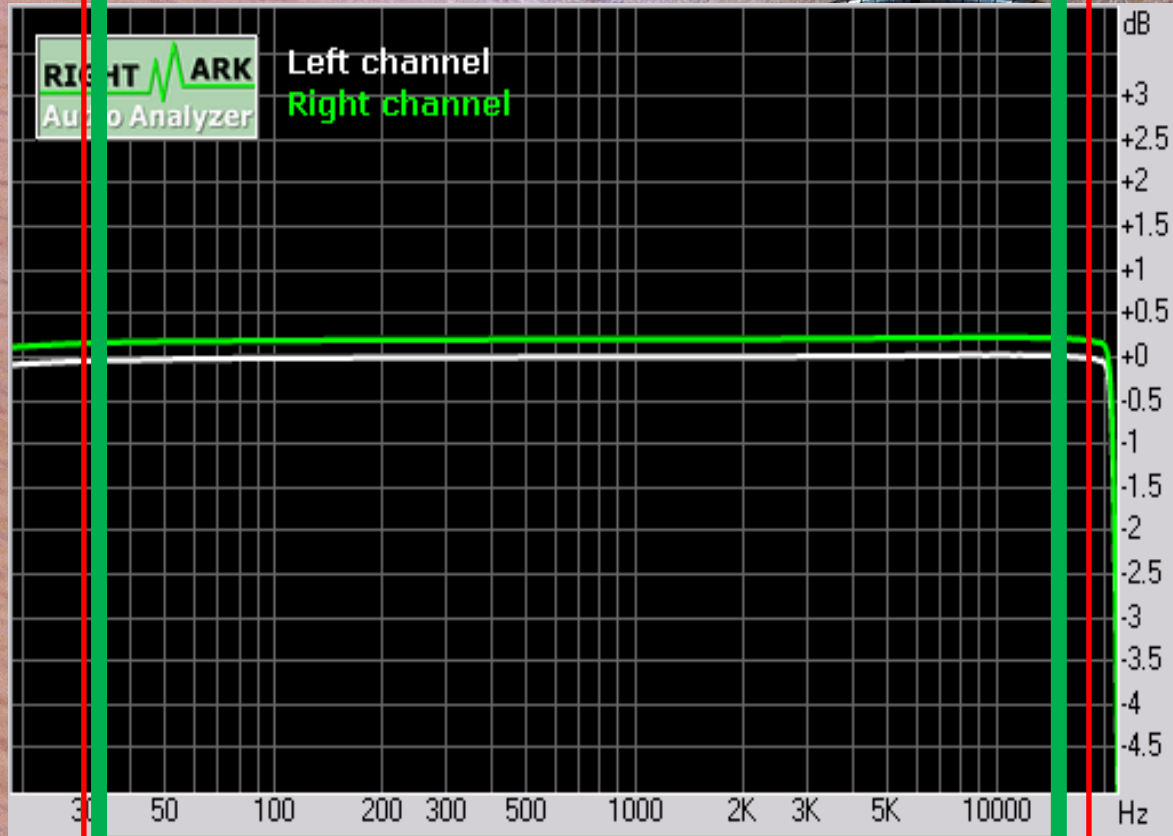
fmax

$$p(t) = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \alpha \sqrt{G(f)} \cos(2\pi(f + \Delta f) \cdot t + \varphi(f)) df$$

fmin

# Амплитудно-частотная

## характеристика используемого



- 1) Уровень шума
- 2) Динамический диапазон
- 3) Нелинейные искажения + шум  
Возврат