

16. úloha: Rotující pružina

I. Zadání

A helical spring is rotated about one of its ends around a vertical axis. Investigate the expansion of the spring with and without an additional mass attached to its free end.

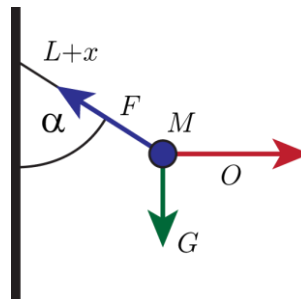
II. Úvod

Nejprve si musíme ujasnit, co říká zadání a jak tedy budeme postupovat. Jak charakterizujeme pružinu? Máme zkoumat natáhnutí pružiny, to znamená nějaké prodloužení o délku x . Porovnáme pohyby s bez závaží (důležitá bude jeho hmotnost). Bude pružina kmitat nebo se její pohyb ustálí? Na jaké další parametry bychom se měli zaměřit? Zajímavá určitě bude kritická úhlová rychlost pružiny, při které již bude pružina maximálně vychýlená a při které se pružina ještě nevychýlí.

Teorie

Pružina je charakterizována svojí tuhostí K , hmotností m , délkou L popř. hmotností závaží M .

Model - pružina „rovná“



Bez prodloužení (provázek místo pružinky)

$$F_G L \sin \alpha = F_O L \cos \alpha$$

- Z rovnováhy momentů sil

$$\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 L}$$

pak dostáváme při vychýlení 0°

maximální úhlovou rychlost, kdy se pružina ještě nevychýlí: $\omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{L}}$

S prodloužením - na závaží M působí odstředivá síla F_O , tíhová síla F_G , a síla pružiny F . Závaží se prodlouží o délku x .

$$F_o = M\omega^2(L+x)\sin\alpha$$

$$F = F_o / \sin\alpha = (L+x)M\omega^2$$

$$x = \frac{L}{\frac{K}{M\omega^2} - 1}$$

Maximální prodloužení tedy nastane, když se $\frac{K}{M\omega^2} - 1$ bude limitně blížit nule a to

bude právě tehdy, pokud se $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{K}{M}}$. Při vyšší ω by se mohla/měla pružinka

utrhnout, protože už se pružinka nebude prodlužovat, tudíž „přebytečná“ síla se bude projevovat přepětím pružinky, což může mít za následek utržení.

Rovnováha momentů sil (se závažím) se tedy po dosazení změní na:

$$\cos\alpha = \frac{g}{\omega^2(L+x)} = \frac{g}{\omega^2 L} \cdot \left(\frac{\frac{K}{M\omega^2}}{\frac{K}{M\omega^2} - 1} \right) = \frac{g}{\omega^2 L} \cdot K \cdot (K - M\omega^2)$$

III. Experiment

Aparatura

K experimentu jsme použili elektrickou vrtačku a pružinku. Pružinku jsme uchytili ve vrtačce v její svislé ose. Proč vrtačku? Abychom měli konstantní rychlost, kterou pružinku otáčíme. Experiment jsme natočili pomocí rychlokamery, která pohyb zpomalila na 800 snímků za sekundu.

Vrtačka se točila rychlostí přibližně 300 ot/min, tudíž úhlová rychlost $\omega = 31,4 \text{ s}^{-1}$

Bez závaží - pružinka krásně rotovala kolem svislé osy,
maximální výchylka naměřená - 80°

Se závažím - pružinka se nedokázala chovat se závažím o hmotnosti 2,2g jako bez něj a místo rotování pružinka chaoticky kmitala. Pružinka se závažím zjevně nedokázala zvednout závaží. Vyšší otáčky by nepomohly, pružinka by ještě více „nestíhala“ otáčení a „dobíhala“ by.



7.11.2012

IV. Závěr

Měli jsme prozkoumat natáhnutí pružiny s a bez závaží.

Tato otázka se točí kolem vztahu uvedeného výše:
$$x = \frac{L}{\frac{K}{M\omega^2} - 1}$$

Jde o hmotnost M , což je hmotnost závaží. Systém bez závaží by měl znamenat, že $M=0$, pravdou ale je, že jsme dříve zanedbali hmotnost pružinky.

Co se týče průběhu natáhnutí pružinky, experimenty s pružinkami nízké tuhosti dokazují, že vzdálenost závitů pružinky přibližně přímoúměrně klesá od upevněného konce k volnému konci.