

4. Dosažené výsledky

Přečetlo	Bez folie	Mikrotren	Tvrzená folie	Zdrsněná tvrzená folie
95 %	277	0	219	1
90 %	285	1	223	
85 %	287		233	2
80 %	290	2	237	
70 %	302	3	245	3
60 %	217	4	259	4
50 %	336	5	276	5
40 %	354		281	6
20 %	421	6	314	7
0 %	519		348	10

Tabulka 4-I: Výsledky pokusu

5. Diskuse

Jak je vidět z tabulky, tvrzená folie — nemá-li zdrsněný povrch — ovlivňuje čitelnost textu pouze minimálně, zatímco mikrotren nebo zdrsněná tvrzená folie ovlivňují čitelnost tak, že text napsaný malým písmem nebude čitelný už při výšce jen pár centimetrů nad povrchem papíru.

6. Závěr

K jevu, kdy se text ztrácí, je-li nad něj umístěna folie dochází jen na určitých typech PE folií.

(5) Název: Ohmův zákon pro kapaliny

Ročník: 15.; 2001 – 2002

Číslo úlohy: 7

Text: Často se říká, že elektrický proud „teče“. Je toto jediná analogie mezi elektrickým proudem a proudem kapaliny? Zkoumejte teoreticky a experimentálně další analogie mezi těmito pojmy.

1. Rozbor — model

Řešení je postaveno na pojmu **analogie**.

2. Pracovní hypotéza

Lze uplatnit analogii:

- hmotnost m a náboj e
- supratekutost a supravodivost
- supratekutost a fotoelektrický jev

3. Teoretické řešení

a) Nejprve poznamenejme, kde nemůžeme hledat analogii. Je to druhý Newtonův pohybový zákon, kde má hmotnost své nepopíratelné postavení. Setrvačná hmotnost je rovna gravitační hmotnosti, a proto je možné v pohybových rovnicích hmotnost často krátit. Naopak nemožnost takového krácení pro pohyb náboje se projevuje například v možnosti experimentálního určení poměru elektrického náboje a hmotnosti částice při rozptylu v magnetickém poli.

Abychom byli korektní, musíme dodat, že rovnost setrvačné a gravitační hmotnosti není žádná samozřejmost. Když toto vezmeme v úvahu, můžeme proto stejně jako poměr náboje a setrvačné hmotnosti určit poměr gravitační a setrvačné hmotnosti. Takovéto pokusy se skutečně provádějí a bylo prokázáno, že tento poměr je konstantní vůči různým materiálům a tvarům těles s přesností nejméně deset řádů.

Nyní však již k analogiím. Elementární analogii vyplývající z analogie, na které stavíme, je zákon zachování hmotnosti, resp. náboje. Dají se zapsat (v diferenciálním tvaru) jako

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (5.1)$$

kde ρ bereme jako $\frac{dm}{dV}$, resp. $\frac{dQ}{dV}$, a \mathbf{j} jako hustotu proudu elektronů, resp. kapaliny. Jinak vyjádřeným vztahem (5.1) je analogie 1. Kirchhoffova zákona pro kapaliny:

$$\sum_i Q_i = 0 \quad (5.2)$$

Q samozřejmě míníme hmotnostní, nikoli objemový průtok kapaliny, protože s nábojem analogizujeme hmotnost, ne objem.

Nyní uveďme Hagen-Poiseillův zákon pro kapaliny:

$$Q_V = \frac{\Delta p}{\Delta l} \frac{\pi}{8\eta} r_0^4, \quad (5.3)$$

kde p je tlak, l je délka, η je viskozita a r_0 je poloměr trubice. Platnost vztahu (5.3) je omezena na newtonovské kapaliny.

Když se pokusíme upravit do podobného tvaru Ohmův zákon, tak dospějeme k následujícímu vztahu:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\Delta\varphi}{\rho \frac{\Delta l}{S}} = \frac{\Delta\varphi \pi}{\Delta l \rho} r_0^2, \quad (5.4)$$

kde I je el. proud, U je el. napětí, R je odpor, φ je el. potenciál, ρ je měrný el. odpor, Δl je úsek délky vodiče, pro který proud počítáme, S je průřez a r_0 je poloměr vodiče.

Vidíme, že potenciálový spád u elektrického proudu je u tekoucí kapaliny nahrazen tlakovým spádem, což velmi přesně odpovídá fyzikálnímu významu obou veličin.

S analogiemi (5.3) a (5.4) úzce souvisejí disipační jevy při obou dějích. Jinými slovy, proudící částice v obou případech vzájemnými srážkami (v případě kapaliny) nebo srážkami s iontovou mřížkou (v případě elektrického proudu) ztrácejí *nenávratně* svou kinetickou energii na úkor vnitřní. To je možno demonstrovat poklesem potenciálu na vodiči nebo tlaku v kapalině.

b) Dále nás může napadnout **supravodivost a supratekutost**. Jak uvidíme, analogií je mezi nimi více než analogií doposud uvedených.

Předně je nutné si uvědomit, jak oba jevy vznikají. U vodičů dojde při poklesu teploty pod kritickou hranici T_c k vymizení elektrického odporu. To je umožněno tím, že fononová interakce *jeden elektron – mřížka* a následně *mřížka – jiný elektron* povede k efektivní přitažlivé interakci *jeden elektron – jiný elektron*. Tak vytvoří tyto dva elektrony vázaný stav, tzv. Cooperův pár. Zatímco elektron se svým spinem $s = \frac{1}{2}$ byl fermionem, Cooperův pár je bosonem, a proto pro něj platí jiná statistika než pro samotný elektron. Všeobecná touha bosonů po uniformitě a identitě vede k Boseově-Einsteinově kondensaci, která nedovolí jednomu páru, aby dělal něco jiného než všechny ostatní. To znemožňuje srážky elektronů s kovovou mřížkou, jednou z hlavních příčin elektrického odporu.

Supratekutost nastává při poklesu teploty kapaliny pod kritickou teplotu T_c . Co se týče původu jevu, je v podstatě tentýž jako u supratekutosti, ale už to není tak jednoznačné. Neexistuje zde totiž jediný možný nositel proudu (jako je u elektrického proudu elektron). Co se týče helia, jsou u něj supravodivé oba isotopy ^3He a ^4He . Isotop ^3He má spin $s = \frac{1}{2}$, je tedy fermionem a musí se (obdobně jako elektrony) párovat, aby vznikl supratekutý stav. U isotopu ^4He je situace jednodušší, jelikož ten je se svým spinem $s = 0$ přímo bosonem a nepotřebuje se párovat.

Vraťme se nyní k supravodivosti. Při pokusech se supravodivými materiály se prokázal pozoruhodný jev: supravodič vypuzuje ze svého vnitřku magnetické pole (jak vnější, tak sebou indukované). Pouze v povrchové vrstvě o tloušťce λ_L (tzv. Londonova hloubka vniku) je magnetické pole přítomno. Bylo ale zjištěno, že toto vypuzování dokáže supravodič udržet pouze do určité kritické magnetické indukce B_c (dále předpokládáme, že jediným zdrojem okolního magnetického pole je supravodič sám). Po jejím překročení magnetické pole plně vnikne do

supravodiče a dojde k roz párování Cooperových párů, a tím i k vymizení supravodivého jevu. Kritickou indukci je ale i jednoznačně určen kritický proud procházející vodičem $I_c = \frac{2\pi_0}{\mu} B_c$, kde I_c je kritický proud, r_0 je poloměr vodiče, μ je permeabilita a B_c je kritická indukce.

A tímto kritickým proudem je nakonec určena i kritická unášivá rychlost elektronů ve vodiči

$$v_c = \frac{I_c}{N_V e S} = \frac{2\pi_0}{\mu N_V e \pi r_0^2} B_c = \frac{2B_c}{\mu N_V e r_0}, \quad (5.5)$$

kde v_c je kritická unášivá rychlost elektronů, N_V je počet elektronů, e je elementární náboj a S je průřez vodiče.

Dále se zmiřme o supravodičích, které mají dvě kritické indukce, B_{c1} a B_{c2} ($B_{c1} < B_{c2}$). Tyto supravodiče se označují jako supravodiče druhého typu, supravodiče s jedinou kritickou indukci jako supravodiče prvního typu.

Chování supravodičů II. typu se od chování se od supravodičů I. typu liší postupným pronikáním magnetického pole: Při $B < B_{c1}$ je jejich chování shodné se supravodiči I. typu. Při $B_{c1} < B < B_{c2}$ začne magnetické pole postupně pronikat do supravodiče, magnetické pole ve vodiči se plynule zvyšuje s přibližováním se hodnoty indukce okolního pole k hodnotě druhé kritické magnetické indukce. Při $B \geq B_{c2}$ již magnetické pole plně pronikne do supravodiče a všechny Cooperovy páry se rozruší.

Vraťme se ale k pronikání magnetického pole do supravodiče II. typu při $B_{c2} < B < B_{c2}$. To se děje ve formě vírových vláken. Tato vírová vlákna mají nesupravodivé jádro, z něhož proniká do vzdálenosti λ_L magnetické indukce o kvantované hodnotě (!). Supravodič se tedy v této fázi přechodu sestává jak ze supravodivé tak z „normální odporové“ složky.

Podobné rozrušení jevu při překročení mezního proudu i při teplotě nižší než kritické najdeme i u supratekutosti. Všimněme si proto následujícího experimentu: Nádoba se supratekutým ${}^4\text{He}$ je rotována okolo své svislé osy. Vzhledem k tomu, že má tato kapalina nulovou viskozitu, neměl by se na jejím povrchu vytvořit parabolický meniskus. Pokusy však prokázaly, že se tomu tak děje. Tento problém vysvětlil fenomenální americký fyzik R. P. Feynman tvorbou vírových vláken. Vznikají při rotaci úhlovou rychlostí vyšší než kritická úhlová rychlost ω_c a mají nesupratekuté jádro, které tím pádem má viskozitu a umožňuje vznik parabolického menisku. Supratekuté hélium se tedy sestává za určitých podmínek také ze dvou složek: supratekutého héliu a héliu uvnitř vírů, které má mechanický odpor. Víry narušující supratekutost héliu se vyskytují také při prudění této kapaliny v potrubí. Rozhodujícím

ukazatelem tu je kritická rychlost v_c , po jejímž překročení se tyto víry začínají tvořit a helium svou supratekutost ztrácí. Pro zajímavost je u hélia $v_c = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Poslední vlastností supravodičů a supratekutých kapalin, kterou zmíníme, bude přítomnost neideální složky na okrajích vodiče, resp. potrubí. U supravodičů, jak jsme již zmínili, dochází k vypuzování magnetického pole z jejich objemu až na malou vrstvu u povrchu vodiče o tloušťce λ_L . Podobně je tomu v podstatě i u supratekutého hélia v potrubí s drsnými stěnami. Nesupratekutá viskózní složka se uchytlí a nehybně lpí na drsnosti. Po této nesupratekuté složce bez tření proudí supratekuté helium. Podobně jako u supravodivosti jsou na povrchu nesupratekuté částice.

c) Opusťme nyní říši supratekutosti a supravodivosti a vezměme v úvahu následující analogii: Při fotoelektrickém jevu dochází k tomu, že po osvětlení určitého kovu (např. zinku) se tento kov nabije kladně. Připojíme-li tento kov k vodivé opačně nabitě tyči, protéká takto vzniklou smyčkou elektrický proud. U supratekutého hélia můžeme pozorovat velice podobný jev. Jestliže se umístí do supratekutého hélia trubice s drsným průhledným povrchem a tento povrch je ozářen světlem, začne z konce této trubice vyvedené k povrchu kapaliny tryskat supratekuté helium, vytváří se jev podobný fontáně. Příčina tkví v tom, že supratekuté helium je zároveň supravodičem tepla a nedovolí, aby v něm vznikl jakýkoli měřitelný gradient tepla. Na drsném povrchu trubice se uchytlí nesupratekuté helium, které není supravodičem tepla, může se tedy ohřát. Supratekuté helium je s touto nesupratekutou složkou ve styku a nechce v sobě dovolit vznik teplotního gradientu, proudí tedy jako „hasící prostředek“ k ohřátému heliu a tímto prouděním vzniká tzv. fontánový tlak. Je tedy přeměněna energie světla na tepelnou energii a následně pohybovou energii hélia.

4. Dosažené výsledky

Vymezili jsme základní analogie gravitační hmotnosti a náboje. Došli jsme k diferenciálnímu tvaru zákona zachování obou veličin, z něhož plyne analogie prvního Kirchhoffova zákona pro kapaliny. Potom jsme uvedli skutečný „Ohmův zákon pro kapaliny“.

Analogie mezi supravodivostí a supratekutostí je podmíněna faktem, že proudící částice jsou bosony, i za cenu uskupení fermionů do párů, díky čemuž dojde k Boseově-Einsteinově kondenzaci. Byl prokázán tzv. dvousložkový model při překročení kritického parametru proudu: proudící částice jsou pak zčásti ideální (míníme tím supratekuté, resp. supratekuté) a zčásti neideální. Při překročení první kritické magnetické indukce u supravodičů do nich vniká kvantované magnetické pole ve formě vírových vláken, v nichž jsou přítomny nesupravodivé elektrony, obdobně u supratekutého hélia při jeho rotaci se rovněž vytvářejí vírová vlákna s viskózní složkou. U obou jevů se vyskytují na okraji prostoru, kterým proudí (vodič, resp.

potrubí) neideální částice. Nakonec jsme našli analogii fotoelektrického jevu u fontány se supratekutým héliem.

5. Diskuse

Musíme si však uvědomit, že např. u poslední analogie se jedná o analogii vnější, ne vnitřní. Pozorovatelný projev je velmi podobný, avšak příčiny a mechanismy, jež za oběma ději stojí, jsou diametrálně odlišné. U Ohmova zákona pro kapaliny nám pouze „nesedí“ čtvrtá mocnina v exponentu poloměru potrubí. Je to způsobeno tím, že v kapalině dochází díky viskozitě k vnitřnímu tření, a proto je rychlostní profil v závislosti na vzdálenosti od středu potrubí proměnlivý. Vnitřní tření se u elektronového plynu nevyskytuje, rychlostní profil je konstantní, proto druhá mocnina. Na druhou stranu, analogie mezi supravodivostí a supratekutostí jsou vyloženy vnitřní, protože za nimi stojí společná statistika bosonů.

6. Závěr

Metoda analogie umožnila široký rozbor řady fyzikálních jevů spojených s tezí: elektrický proud „teče“.

(6) Název: Tepající bublina

Ročník: 15.; 2001 – 2002

Č. úlohy: 15

Text: Chyťte vzduchovou bublinu o poloměru 1 až 2 cm pod převrácené hodinové sklíčko pod hladinou vody. Zaveďte do bubliny alkohol úzkou trubičkou, kontrolujte a vyrovnávejte míru průtoku alkoholu, dokud nezačne bublina rytmicky tepat. Studujte tento jev a objasněte svá pozorování.

1. Experimentální aparatura

Pro potřeby řešení problému bylo nutné sestavit odpovídající aparaturu. Vybavení poskytla škola v chemické laboratoři: byly použity běžné chemické pomůcky jako stojany, držák na chladič, křížové svorky apod. Po mnohém vylepšování se podařilo sestavit takovou aparaturu, která byla pro řešení zcela vyhovující: jako úzká trubička byla použita seřzlá jehla z injekční stříkačky a jako regulace průtoku zaškrcovadlo umístěné mezi rezervoárem a jehlou na gumové hadičce. Takto bylo možné začít s prvou fází řešení problému, kterou bylo přimět bublinu k pulsaci.

2. Provedení experimentu

Aby bylo možné pulsaci vůbec pozorovat a tím pádem i studovat, je nutné dodržet určitý postup při instalaci hodinového sklíčka a utváření bubliny. Sklíčko se musí pod vodu spouštět ve vodorovné poloze, a pak se zpod něj přebytečný vzduch odsaje. Další nutnou podmínkou