Для нахождения максимальной скорости воспользуемся законом сохранения энергии. Выберем точку A за точку отсчета потенциальной энергии. Тогда

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = qEx_0 + mgy_0, \quad \text{где } x_0 = R + r\sin\alpha, \quad y_0 = R - r(1-\cos\alpha).$$

Отсюда $v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m}}\sqrt{mg\big(R - r(1-\cos\alpha)\big) + qE\big(R + r\sin\alpha\big)}$. Подставляя в эту формулу найденное выше значение α, получаем ответ:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m}}\sqrt{qER + mg(R-r) + r\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}} \approx 4{,}7 \text{ м/с}.$$

4. Поместим начало координат в центр кольца, а координатную ось OX направим по оси стержня (рис. 34). Легко показать, что напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого кольцом на оси OX, направлена вдоль этой оси, а модуль напряженности в точке с координатой x равен $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} x$, где

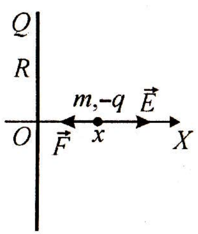

Рис. 34

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. Подробный вывод этой формулы приведен, например, в учебнике: *Мякишев Г.Я., Синяков А.З., Слободсков Г.А.* Физика: Электродинамика. 10 – 11 кл.: Учебник для углубленного изучения физики. – М.: Дрофа, 2001, §1.16. Поскольку по условию $x \ll R$, величиной x^2 по сравнению с R^2 в знаменателе формулы для E можно пренебречь. Тогда эта формула примет приближенный вид:

$$E \approx \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} x.$$

Таким образом, на бусинку, смещенную на малое расстояние от положения равновесия ($x = 0$), действует сила $\vec{F}$, проекция которой на ось OX равна:

$$F_x \approx -\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R^3} x.$$

Уравнение движения бусинки под действием этой силы имеет вид:

$$m\ddot{x} = -\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R^3} x.$$

Отсюда следует, что круговая частота малых колебаний бусинки $\omega = \sqrt{\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}}$. Учитывая, что период колебаний $T = 2\pi/\omega$, получаем ответ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{Qq}} \approx 2{,}1$ с.

5. Размер освещенной области на экране ограничивает либо луч *1*, отраженный от плоского зеркала, либо луч *2*, отраженный от края сферического выступа (см. рис. 35). Для луча *1* имеем: $AB = \frac{d}{2} + 2b\,\mathrm{tg}\,\alpha$, где $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{d}{2a}$. Таким образом, радиус пятна, ограниченного лучом *1*, $r_1 = AB = \left(\frac{1}{2} + \frac{b}{a}\right)d = 7{,}5$ см. Пусть точка O – мнимое изображение

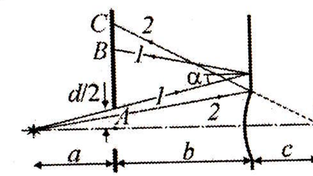

Рис. 35

источника в сферическом зеркале. По формуле зеркала: $\frac{1}{a+b} - \frac{1}{c} = -\frac{1}{f}$, где $f = \frac{R}{2}$, получаем: $c = \frac{R(a+b)}{R + 2(a+b)}$. Из рисунка видно, что $AC = \frac{D}{2} \cdot \frac{b+c}{c}$. Следовательно, радиус пятна, ограниченного лучом *2*, $r_2 = AC = \frac{D}{2}\left(1 + b\frac{R + 2(a+b)}{R(a+b)}\right) = 8$ см. Поскольку $r_2 > r_1$, условию задачи удовлетворяет $r = r_2$. Ответ: $r = 8$ см.